

Formulari d'Astronomia

Sergi Blanco Cuaresma

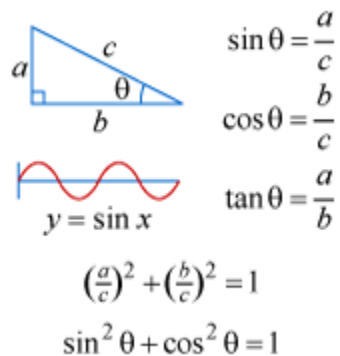
31 de març de 2011

Índex

1	Astronomia de posició	2
1.1	Trigonometria	2
1.2	Trigonometria esfèrica	2
1.3	Transformació de coordenades	2
1.4	Esfera celest	3
1.5	Unitats	4
1.6	Sistema internacional d'unitats	4
1.7	Altres	5
2	Estels	5
2.1	Unitats	5
2.2	Lluminositat	6
2.3	Flux	6
2.4	Magnituds	6
2.5	Àrea, volum i densitat	6
2.6	Energia cinètica	6
2.7	Llei de l'invers al quadrat	7
2.8	Dos cossos	7
2.9	Filtres	7
2.10	Diagrama HR	7
3	Formació i evolució estel·lar	8
3.1	Radiació	8
3.2	Gas ideal	8
3.3	Equilibri	8

1 Astronomia de posició

1.1 Trigonometria



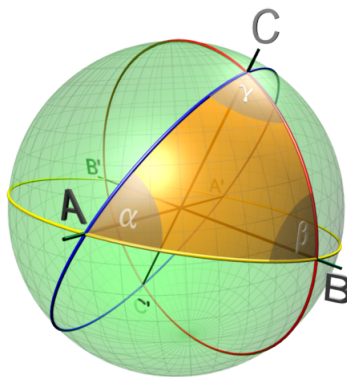
1.2 Trigonometria esfèrica

1er i 2on grups de Bessel

$$\begin{array}{lcl}
 \sin(a) \sin(B) = \sin(b) \sin(A) & | & \cos(a) = \cos(b) \cos(c) + \sin(b) \sin(c) \cos(A) \\
 \sin(a) \sin(C) = \sin(c) \sin(A) & | & \cos(b) = \cos(a) \cos(c) + \sin(a) \sin(c) \cos(B) \\
 \sin(b) \sin(C) = \sin(c) \sin(B) & | & \cos(c) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b) \cos(C)
 \end{array}$$

3er grup de Bessel

$$\begin{array}{l}
 \sin(a) \cos(B) = \cos(b) \sin(c) - \sin(b) \cos(c) \cos(A) \\
 \sin(a) \cos(C) = \cos(c) \sin(b) - \sin(c) \cos(b) \cos(A) \\
 \sin(b) \cos(A) = \cos(a) \sin(c) - \sin(a) \cos(c) \cos(B) \\
 \sin(b) \cos(C) = \cos(c) \sin(a) - \sin(c) \cos(a) \cos(B) \\
 \sin(c) \cos(A) = \cos(a) \sin(b) - \sin(a) \cos(b) \cos(C) \\
 \sin(c) \cos(B) = \cos(b) \sin(a) - \sin(b) \cos(a) \cos(C)
 \end{array}$$



1.3 Transformació de coordenades

Transformació de coordenades horitzontals a horàries:

$$\vec{r}_{horàries} = R_1(\varepsilon) \cdot \vec{r}_{horitzontals}$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\delta) \cos(H) \\ \cos(\delta) \sin(H) \\ \sin(\delta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos(\phi) & 0 & \sin(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(h) \cos(a) \\ \cos(h) \sin(a) \\ \sin(h) \end{pmatrix}$$

Angle horari / Temps sideri:

$$\theta = \theta_0 + 1.00273791 \cdot t + \lambda$$

$$\theta = H + \alpha$$

Transformació coordenades Equatorials - Horitzontals

$$\sin(h) = \sin(\phi) \sin(\delta) + \cos(\phi) \cos(\delta) \cos(H)$$

$$\cos(\delta) \sin(H) = \cos(h) \sin(a)$$

$$\cos(h) \cos(a) = \sin(\phi) \cos(\delta) \cos(H) - \sin(\delta) \cos(\phi)$$

Transformació coordenades Horitzontals - Equatorials

$$\sin(\delta) = \sin(\phi) \sin(h) - \cos(\phi) \cos(h) \cos(a)$$

$$\cos(\delta) \sin(H) = \cos(h) \sin(a)$$

$$\cos(\delta) \cos(H) = \sin(\phi) \cos(h) \cos(a) + \sin(h) \cos(\phi)$$

A on:

t Temps universal d'observació

θ_0 Temps sideri del punt àries (Υ) a Greenwich a les 0:00 de temps universal

θ Temps sideri local del punt àries (Υ)

h, a Coordenades horitzontals

δ, H Coordenades horàries

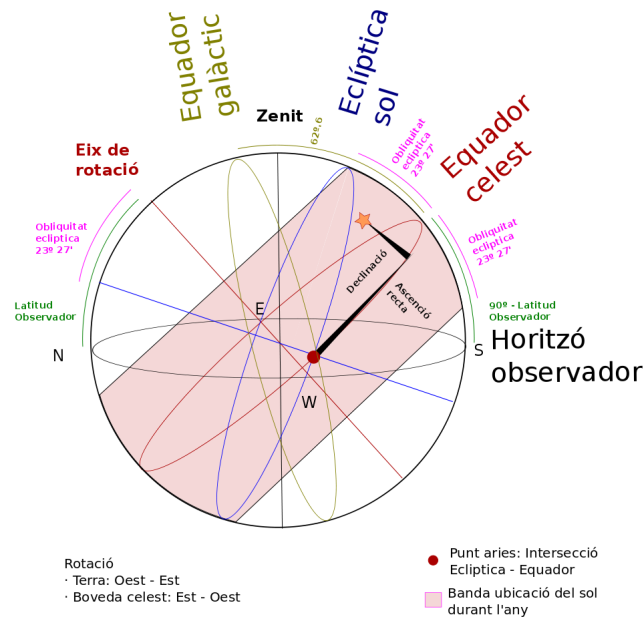
δ, α Coordenades equatorials

ϕ, λ Coordenades de l'observador

ε Obliqüitat de l'eclíptica

h Alçada $[-90^\circ, +90^\circ]$	a Azimut $[0^\circ, 360^\circ]$
δ Declinació $[-90^\circ, +90^\circ]$	H Angle horari $[0^H, 24^H]$
	α Ascensió recta $[0^H, 24^H]$
ϕ Latitud $[-90^\circ, +90^\circ]$	λ Longitud $[0^H, 24^H]$

1.4 Esfera celest



1.5 Unitats

Definició de parsec: $1pc = \frac{1UA}{1 \text{ segon } d'arc} = \frac{1UA}{1s \cdot \frac{1^\circ}{3600s} \cdot \frac{2\pi rad}{360^\circ}} = 206.265UA$

Any llum: $1al = 9,4605284 \cdot 10^{15}m \sim 10^{16}m$

Unitat astronòmica (distància entre el sol i la terra): $1UA = 150 \cdot 10^6 km$

1.6 Sistema internacional d'unitats

Magnitud	FPS	SI
Longitud	pie (f)	metro (m)
Masa	libra (lb)	kilogramo (kg)
Tiempo	segundo (s)	segundo (s)
Area o superficie	pie²	m²
Volumen	pie³	m³
Velocidad	pie/s	m/s
Aceleración	pie/s²	m/s²
Fuerza	lb f/s² = poundal	newton (N)
Trabajo y energía	poundal pie	joule (J)
Presión	poundal/pie²	pascal (Pa)

Múltiplos y submúltiplos	Prefijos	Símbolos
1 000 000 000 000 = 10^{12}	tera	T
1 000 000 000 = 10^9	giga	G
1 000 000 = 10^6	mega	M
1 000 = 10^3	kilo	k
100 = 10^2	hecto	h
10 = 10^1	deca	da
1 = 10^0		
0.1 = 10^{-1}	deci	d
0.01 = 10^{-2}	centi	c
0.001 = 10^{-3}	mili	m
0.000 001 = 10^{-6}	micro	μ
0.000 000 001 = 10^{-9}	nano	n
0.000 000 000 001 = 10^{-12}	pico	p
0.000 000 000 000 001 = 10^{-15}	femto	f
0.000 000 000 000 000 001 = 10^{-18}	atto	a

1.7 Altres

Centre de masses: $x_{CDM} = \frac{0 \cdot M_{\star} + r \cdot M_{\odot}}{M_{\star} + M_{\odot}}$ on M_{\star} és el punt de referència per $x = 0$

Zona tropical: lloc del planeta a on el sol passa pel zenit com a mínim un cop a l'any.

Zona polar: lloc del planeta a on al menys un cop l'any el sol té com alçada màxima l'horitzó

2 Estels

2.1 Unitats

Unitat d'energia: $1erg = 10^{-7}J$

Unitat d'energia: $1erg = 1dyn \cdot cm = (1g \cdot cm/s^2) \cdot cm = 1g \cdot cm^2/s^2$

Unitat d'energia: $1MeV = 1,6 \cdot 10^{-6}erg$

Lluminositat del sol: $L_{\odot} = 3,84 \cdot 10^{33}erg s^{-1} = 3,86 \cdot 10^{26}W = 3,86 \cdot 10^{26} \frac{J}{s}$

Massa del sol: $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}kg$

Radi del sol: $R_{\odot} = 700.000km$

Magnitud bolomètrica del sol: $M_{Bolometrica, \odot} = 4,75mag$

Constant solar a la terra (flux): $f = 1,36 \cdot 10^6erg s^{-1}cm^{-2} = 1,36 \cdot 10^3W m^{-2}$

Temperatura solar a la superfície: $T_{eff\odot} = 5.800K$

Massa de l'àtom d'hidrogen: $m_H = 1,637 \cdot 10^{-24}g$

2.2 Lluminositat

Lluminositat bolomètrica: $L = 4\pi R^2 \sigma T_{eff}^4 = 4\pi R^2 F$ on R és el radi de l'objecte

Relació Lluminositat - Massa: $\log\left(\frac{L}{L_\odot}\right) \simeq 3,45 \log\left(\frac{M}{M_\odot}\right)$

2.3 Flux

Flux a la superfície: $F_{superficie} = \sigma \cdot T^4$

Relació entre flux i flux a la superfície (lleï de l'invers al quadrat): $f = F \cdot \left(\frac{r}{d}\right)^2$ a on r es el radi de l'objecte i d la distància

Relació Flux a la superfície - Lluminositat: $F = \frac{L}{4\pi R^2} \Rightarrow L = 4\pi R^2 F$ a on R és el radi de l'objecte

Relació Flux - Lluminositat: $f = \frac{L}{4\pi d_L^2} \Rightarrow L = 4\pi d_L^2 f$ on d_L és la distància a l'objecte

Relació Flux a la superfície - temperatura: $F = \sigma T_{eff}^4$

Constant de Stefan-Boltzmann: $\sigma = \frac{2 \cdot K_B^4 \cdot \Pi^5}{c^2 \cdot L^3 \cdot 15} = 5,67 \cdot 10^{-8} W m^{-2} K^{-4} = 5,67 \cdot 10^{-5} erg cm^{-2} K^{-4}$

2.4 Magnituds

Magnitud aparent: $m = -2,5 \log_{10}(f) + ct$

Magnitud absoluta: $M = -2,5 \log_{10}(L) + ct$

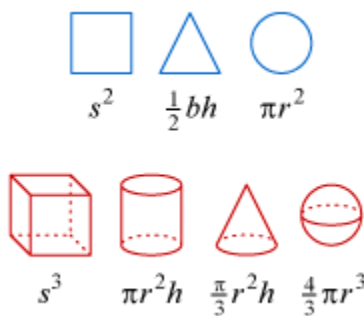
Magnitud aparent màxima que pot registra l'ull humà: $m_v = 6$

Magnitud absoluta: $M = m - 5 \log_{10}(d_L) + 5$ a on d_L ha d'estar en parsecs.

Relació entre magnituds aparents i flux: $m_1 - m_2 = -2,5 \log_{10} \frac{f_1}{f_2}$

Relació Magnitud - Lluminositat entre 2 estrelles: $M_1 = -2,5 \log\left(\frac{L_1}{L_2}\right) + M_2$

2.5 Àrea, volum i densitat



Volum d'una esfera: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Àrea d'una esfera: $A = 4\pi r^2$

Àrea d'un cercle: $A = \pi r^2$

Densitat d'un cos: $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3}$

2.6 Energia cinètica

Energia cinètica: $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

2.7 Llei de l'invers al quadrat

$$X \text{ at } A = X \text{ at } B \cdot \left(\frac{\text{distance } B}{\text{distance } A} \right)^2$$

2.8 Dos cossos

Tercera llei de Kepler (el període al quadrat és proporcional al semi-eix major al cub): $T^2 \propto a^3$

Període de rotació 2 cossos: $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G(M_1 + M_2)}}$ a on r és la longitud del semi-eix major; si $M_1 \gg M_2$ llavors M_2 pot ser ignorada.

Constant universal de gravitació: $G = 6.6726 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$

Força entre dos objectes: $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$

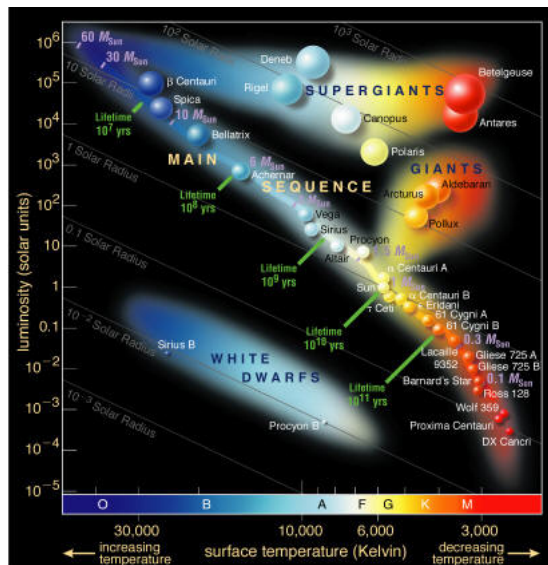
Acceleració gravitacional: $a = \frac{GM}{r^2}$

Velocitat d'escapament: $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

2.9 Filtres

Filter letter	Description
U	Ultraviolet
Visible	
B	Blue
V	Visual
G	Green
R	Red
Near-Infrared	
I	Infrared
Z, Y, J, H, K, L	Others
Mid-Infrared	
M, N, Q	Others

2.10 Diagrama HR



3 Formació i evolució estel·lar

3.1 Radiació

Llei de Wien: $\lambda_{max} = \frac{b}{T}$ a on b és la constant de Wien $b = 2,8977685 \cdot 10^{-3} mK$

Relació freqüència (Hz) - longitud d'ona (metres): $\lambda = \frac{v}{f}$ a on $v = 299.792.458 m/s$ és la velocitat de la llum

Espectre: $\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{m_{in}^2} - \frac{1}{n_{out}^2} \right)$ a on R és la constant de rydberg (que depèn de cada element), m_{in} és l'òrbita destí i n_{out} l'òrbita origen i $n > m$

Constant de Rydberg per l'Hidrogen: $R = 1,09737312 \cdot 10^5 cm^{-1}$

Radi de l'òrbita d'un electró amb nombre quàntic n : $r_n = 0.5292 \cdot 10^{-10} n^2 m$

Orbita destí (m_{in})	Serie	Banda	$n_{out} = m_{in} + 1$	$n_{out} = m_{in} + 2$	$n_{out} = m_{in} + 3$
1	Lyman	UV	L_{α}	L_{β}	L_{γ}
2	Balmer	V	H_{α}	H_{β}	H_{γ}
3	Paschen	IR	P_{α}	P_{β}	P_{γ}
4	Brackett	-	-	-	-

3.2 Gas ideal

Gas ideal: $PV = nkT$ on P és la pressió, V el volum, n els mols de substància, k la constant del gas i T la temperatura absoluta

Constant de Boltzman del gas ideal: $k = 8,314 J \cdot K^{-1} mol^{-1} = 1.3806 \cdot 10^{-16} erg \cdot K^{-1} = 1.3806 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$

Nombre de mols: $n = \frac{m}{M}$ a on m és la massa i M la massa molar determinada pel pes atòmic de l'element (p.ex. hidrogen: m_H) i multiplicat per la massa molar constant $\mu = 1 \cdot 10^{-3} kg/mol = 1g/mol$ (p.ex. l'hidrogen $n = \frac{m}{\mu \cdot m_H}$)

Densitat: $\rho = \frac{m}{V}$ a on m és la massa i V el volum

Relació pressió - densitat d'un gas ideal: $P = \rho \frac{k}{\mu \cdot m_H} T$

3.3 Equilibri

Conservació de la massa (forma euleriana): $\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$ a on $\rho(r)$ és la densitat en funció del radi

Conservació del moment (equilibri hidrostàtic, forma euleriana): $\frac{dP}{dr} = -g(r) \rho(r)$ a on $g(r) = \frac{Gm(r)}{r^2}$ amb $m(r)$ com a massa en funció del radi.

Força de la gravetat: $F_g = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$

Segona llei de Newton: $F = m \cdot a = m \cdot \frac{dv}{dt}$