

Índex

1. Enunciat	2
2. Exercici 1	4
3. Passos previs als exercicis 2, 3, 4 i 5	6
4. Exercici 2	8
Cas A	8
Cas B	9
Cas C	10
Cas D	10
Cas E	11
Cas F	12
Comentari sobre l'exercici.	13
5. Exercici 3	15
Cas A	15
Cas B	16
Cas C	16
Cas D	17
Cas E	18
Cas F	19
Comentari sobre l'exercici.	20
6. Exercici 4	21
Cas A	21
Cas B	22
Cas C	23
Cas D	24
Comentari sobre l'exercici.	25
7. Exercici 5	26
Cas A	26
Cas B	27
Cas C	28
Comentari sobre l'exercici.	29

Enunciat

Introducció

En aquesta pràctica s'estudiarà, amb l'ajut del MATLAB, la relació que tenen entre sí alguns dels paràmetres que s'utilitzen per donar les especificacions de disseny dels sistemes lineals de temps continu.

MATLAB porta incorporades moltes funcions que ens ajuden a l'anàlisi i disseny de sistemes. Però per cada problema en concret el càlcul o la gràfica que necessitem és diferent i hem de tenir la capacitat de crear el programa o la funció necessària per solucionar el problema a partir de les ja existents.

Per exemple, suposem que volem estudiar com afecta a un sistema de segon ordre amb funció de transferència:

$$A(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n + w_n^2}$$

La variació del seu coeficient d'esmoreïment ζ . Per fer l'estudi, podem observar la resposta a l'esglaió unitari, la resposta freqüencial i la posició dels pols en el pla s per a diferents valors de ζ . Per fer això, podem utilitzar les funcions que proporciona MATLAB dins d'un *script* creat per nosaltres mateixos.

Exercicis

1. Paràmetres de la resposta freqüencial

Es demana que creeu una funció similar a l'anterior **parstep** que calculi el valor de pic de la resposta freqüencial i l'amplada de banda (freqüència de tall a -3dB), a partir del mòdul de la resposta freqüencial, el vector de freqüències, i el valor del mòdul de la resposta freqüencial per $w=0$. L'heu d'anomenar **parbode**.

2. Efectes de la variació del coeficient d'esmoreïment

Sigui la funció de transferència: $A(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n + w_n^2}$

Fixeu $w_n = 1$ i varieu ζ entre 0.1 i 1.

Observeu les gràfiques de la resposta a l'esglaió unitari, la resposta freqüencial i la posició dels pols en el pla s . Calculeu el sobreimpuls, el temps de pujada i el temps d'establiment de la resposta a l'esglaió unitari, i el valor de pic i l'amplada de banda de la resposta freqüencial. A la vista dels resultats obtinguts, comenteu la relació entre els diferents valors del coeficient d'esmoreïment i els diferents paràmetres de les respostes freqüencials i l'esglaió obtingudes.

3. Efectes de la variació de la freqüència natural

Amb la mateixa funció de transferència de l'apartat anterior, fixeu $\zeta = 0.7$ i varieu w_n entre 0.2 i 5. Obteniu els mateixos diagrames i paràmetres de l'apartat anterior. Comenteu la influència de la variació de la freqüència natural en la resposta freqüencial i en la resposta a l'esglaió.

4. Efectes de l'addició d'un zero

Siguin les següents funcions de transferència:

$$G_{3i}(s) = \frac{25 \left(\frac{s}{z} + 1 \right)}{s^2 + 7s + 25}$$

i	z
1	1
2	3
3	10
4	-3

Es demana que obtingueu els mateixos diagrames i paràmetres dels apartats anteriors. Comenteu la influència de l'addició d'un zero en la resposta freqüencial i en la resposta a l'esglaó.

5. Efectes de l'addició d'un pol

Siguin les funcions de transferència:

$$G_{4i}(s) = \frac{25}{\left(\frac{s}{p} + 1 \right) s^2 + 7s + 25}$$

i	p
1	1
2	3
3	10

Es demana que obtingueu els mateixos diagrames i paràmetres dels apartats anteriors. Comenteu la influència de l'addició d'un pol en la resposta freqüencial i en la resposta a l'esglaó.

- NOTA: Es pot utilitzar la funció **conv** per a multiplicar polinomis.

Exercici 1

Per calcular el valor de pic de la resposta freqüencial i l'amplada de banda, s'ha implementat una funció anomenada 'parbode.m', la qual rebrà el vector mòdul de la resposta freqüencial, que haurà estat calculat prèviament. En aquesta funció es podrà treballar amb o sense les mesures en dbs, pel que es rebrà un paràmetre d'entrada que especificarà si els valors del vector mòdul estan (1) o no (0) en dbs. Els resultats del pic i l'amplada de banda es retornaran en forma dels índexs del vector, de manera que s'obtindrà l'índex del vector on es troba el mínim valor d'ample de banda, el màxim valor d'ample de banda, i l'índex on es troba el valor de pic de la resposta freqüencial. A més, hi haurà un darrer paràmetre de sortida que indicarà de quin tipus de sistema es tracta (passa altres, passa baixes o bé passa bandes).

Crearem un script anomenat 'rfreq.m' que s'encarregarà de demanar a l'usuari valors concrets per a la freqüència natural i pel coeficient d'esmoreïment, havent establert prèviament una funció de transferència en el script. Aleshores, des d'aquest script s'obtindrà la resposta freqüencial, executant 'bode' per a la funció de transferència resultant i per a un vector de freqüències preestablert, d'on s'aconseguiran un vector mòdul i un vector fase. Finalment es cridarà a la funció parbode, passant-li el vector mòdul, i un segon paràmetre amb valor 0, indicant que els valors del vector mòdul no estan en dbs. El resultat de l'execució de parbode retornarà 4 valors, amb els marges de l'ample de banda, el valor de pic i el tipus de sistema, que seran mostrats per pantalla adequadament (es mostra l'índex del vector on es troba cada valor, i el valor de la seva freqüència i del seu mòdul).

Cal tenir en compte que en 'rfreq.m' la funció de transferència està preestablerta, i els únics paràmetres dinàmics són la freqüència natural i el coeficient d'esmoreïment. Donat això, si es vol aplicar aquest càlcul a una altra funció de transferència caldrà modificar les dues línies de 'rfreq.m' que especifiquen el numerador i el denominador de la funció de transferència a estudiar.

Script 'rfreq.m'

```
% -----
% Control Automatic I - Practica 2 Part II
% Càlcul del Pic i l'Ample de Banda, a partir dels valors de frecuencia natural
% i coeficient d'esmoreïment, per a la funcio de transferencia establerta.
% Es crida a la funcio 'parbode' i es mostren els resultats per pantalla.
% Realitzat per: Francisco Jose Aguilar Celdran i Sergio Blanco Cuaresma
% -----

disp(' -----');
disp(' Funcio Resposta Freqüencial: Calcul del Pic i de l'Ample de Banda. ');
disp(' -----');
wn = input(' \n Introdueix el valor de la frecuencia natural: ');
zeta = input(' Introdueix el valor del coeficient d'esmoreïment: ');
w = logspace(-1,1,2000); % vector de frecuencies
num = wn^2; % numerador de la funcio de transferencia
den = [1 2*zeta*wn wn^2]; % denominador de la funcio de transferencia
Hs = sprintf('\n La funcio de transferencia es: Num: [%f] / Den: [%f %f %f]',
    num,den(1),den(2),den(3));

disp(Hs);
[modul fase] = bode(num,den,w);
mesura_DB = 0;
[minim_BW,maxim_BW,index_pic,tipus_BW] = parbode(modul,w,mesura_DB);

r1 = sprintf('El tipus de sistema es: %s',tipus_BW);
r2 = sprintf('La frecuencia minima de l'Ample de Banda es %f (amb valor de modul %f)',
    w(minim_BW),modul(minim_BW));
r3 = sprintf('(Index = %d del vector de frecuencies)',minim_BW);
r4 = sprintf('La frecuencia maxima de l'Ample de Banda es %f (amb valor de modul %f)',
    w(maxim_BW),modul(maxim_BW));
r5 = sprintf('(Index = %d del vector de frecuencies)',maxim_BW);
r6 = sprintf('El Pic es troba en la frecuencia: %f (amb valor de modul %f)',w(index_pic),
    modul(index_pic));
r7 = sprintf('(Index = %d del vector de frecuencies)',index_pic);
resposta = sprintf(' \n %s \n \n %s \n %s \n \n %s \n %s \n \n %s \n %s \n',r1,r2,r3,r4,r5,r6,r7);
disp(resposta);
```

Funció 'parbode.m'

```
% -----  
% Control Automatic I - Practica 2 Part II  
% Funcio que calcula el Pic i l'Ample de Banda del vector modul de la resposta  
% frequencial per a una certa funcio de transferencia. Es podra especificar  
% si el vector modul esta o no expressat en DBs. Retorna les posicions del  
% vector modul on es troben el minim i maxim de l'ample de banda i el pic;  
% i retorna tambe el tipus de sistema tractat (passa baixes, passa altes, etc).  
% [minim_BW,maxim_BW,index_pic,tipus_BW] = parbode(modul,mesura_DB)  
% Realitzat per: Francisco Jose Aguilar Celdran i Sergio Blanco Cuaresma  
% -----  
  
function [minim_BW,maxim_BW,index_pic,tipus_BW] = parbode(modul,w,mesura_DB)  
  
comptador = 1;  
valor_maxim = modul(1);  
while comptador <= length(modul)  
    if modul(comptador) >= valor_maxim  
        valor_maxim = modul(comptador);  
        index_pic = comptador;  
    end  
    comptador = comptador + 1;  
end  
if mesura_DB == 1  
    llindar_BW = valor_maxim - 3;  
else  
    llindar_BW = valor_maxim * (1/sqrt(2));  
end  
if index_pic == 1  
    % Sistema "Passa Baixes"  
    maxim_BW = 1;  
    i = 1;  
    while modul(i) > llindar_BW  
        i = i + 1;  
    end  
    minim_BW = i;  
    tipus_BW = 'Passa Baixes';  
elseif index_pic >= length(modul)  
    % Sistema "Passa Altes"  
    maxim_BW = index_pic;  
    i = 1;  
    while modul(i) < llindar_BW  
        i = i + 1;  
    end  
    minim_BW = i;  
    tipus_BW = 'Passa Altes';  
else  
    % Sistema "Passa Bandes"  
    i = index_pic;  
    while (i > 0) & (modul(i) > llindar_BW)  
        i = i - 1;  
    end  
    if (i == 0)  
        minim_BW = 1;  
    else  
        minim_BW = i;  
    end  
    i = index_pic;  
    while (i <= length(modul)) & (modul(i) > llindar_BW)  
        i = i + 1;  
    end  
    maxim_BW = i;  
    if i > length(modul)  
        maxim_BW = length(modul);  
    end  
    tipus_BW = 'Passa Bandes';  
end  
if w(maxim_BW) < w(minim_BW)  
    aux = maxim_BW;  
    maxim_BW = minim_BW;  
    minim_BW = aux;  
end
```

Passos previs als exercicis 2, 3, 4 i 5

En els successius exercicis es demanarà realitzar una sèrie de càlculs de paràmetres i obtenció de gràfiques per a diverses funcions de transferència i múltiples valors de freqüència natural (f.n.) i coeficient d'esmoreïment (c.e.). Per a dur a terme aquesta tasca, es requerirà la utilització de diverses funcions de Matlab programades per a dur a terme aquestes feines de forma automatitzada.

Aleshores, per obtenir les gràfiques de la resposta a l'esglaó unitari, de les respostes freqüencials de mòdul i fase, i del mapa de pols i zeros, es crearà una funció anomenada 'grafics.m', en la que s'especificaran els valors f.n. i c.e., i s'obtingran les gràfiques corresponents a la funció de transferència establerta.

Per obtenir el valor de pic i l'amplada de banda de la resposta freqüencial emprarem el script 'rfreq' i la funció 'parbode' creats en l'exercici 1.

La resta de paràmetres demanats (sobreimpuls, temps de pujada i temps d'establiment de la resposta a l'esglaó unitari) es calcularan emprant la funció proporcionada inicialment 'parstep'. Per utilitzar aquesta funció es modificarà el script 'rtemp' inicial per a que demani els valors de f.n. i c.e. a l'usuari, i per a que una vegada obtinguts els resultats de 'parstep' els mostri per pantalla de forma adequada.

De la mateixa forma que en el cas de 'rfreq.m' en 'rtemp.m' i 'grafics.m' podem determinar dinàmicament els valors de f.n. i de c.e., però si volem emprar una altra funció de transferència, serà necessari que modifiquem els valors del numerador i denominador d'aquests fitxers.

A l'hora d'analitzar els resultats, tindrem en compte que la representació freqüencial del mòdul calculada amb 'bode' està expressada en dBs, mentre que els càlculs de 'rfreq', treballaran amb un vector mòdul que no tindrà els seus valors expressats en dBs.

Funció 'rtemp.m'

```
% -----  
% Control Automatic I - Practica 2 Part II  
% Càlcul del SobrePic, el Temps de Pujada i el Temps d'Establiment, a partir  
% del valors especificats per a la frecuencia natural i per al coeficient  
% d'esmoreïment, donada una funcio de transferencia establerta.  
% Es crida a la funcio 'parstep' i es mostren els resultats per pantalla.  
% Realitzat per: Francisco Jose Aguilar Celdran i Sergio Blanco Cuaresma  
% -----  
  
disp(' -----');  
disp(' Funcio Resposta Temporal: Calcul del SobrePic, el Temps de Pujada i el Temps  
d'Establiment. ');  
disp(' -----');  
wn = input(' \n Introdueix el valor de la frecuencia natural: ');  
zeta = input(' Introdueix el valor del coeficient d'esmoreïment: ');  
t = 0:15/200:(60-15/200); % vector de temps  
num = wn^2; % numerador de la funció de transferència  
den = [1 2*zeta*wn wn^2]; % denominador de la funció de transferència  
y = step(num,den,t);  
yss = 1; % Resposta a l'esglaó unitari  
step(num,den,t);  
yss = y(length(t)); % Resposta en estat estacionari  
[Sp,Tr,Ts]=parstep(y,t,yss);  
  
r1 = sprintf('El SobrePic es: %f',Sp);  
r2 = sprintf('El Temps de Pujada es: %f',Tr);  
r3 = sprintf('El Temps d'Establiment es: %f',Ts);  
resposta = sprintf(' \n %s \n %s \n %s \n',r1,r2,r3);  
disp(resposta);
```

Funció 'parstep.m'

```
function [Sp,Tr,Ts]=parstep(y,t,yss)
%Calcula diferents paràmetres de la resposta a l'esglao
%y resposta temporal
%t vector de temps
%yss resposta en estat estacionari

%Sobreimpuls (en %)
Sp=100*(max(y)-yss)/yss;

% Temps de pujada
n=1;
while y(n)<yss,

n=n+1;
end;
Tr=t(n);

%Temps d'establiment (2 %)
for n=1:length(y),

if (y(n)<0.98*yss) | (y(n)>1.02*yss)

Ts=t(n);

end
end %end programa
```

Script 'grafics.m'

```
% -----
% Control Automatic I - Practica 2 Part II
% Representacio de grafiques per a la resposta temporal a esglao, modul de
% la resposta frequencial, fase de la resposta frequencial i mapa de pols
% i zeros. Es predefineix una funcio de transferencia i es demanen a l'usuari
% valors concrets per a la frecuencia natural i el coeficient d'esmortement.
% Realitzat per: Francisco Jose Aguilar Celdran i Sergio Blanco Cuaresma
% -----

disp(' -----');
disp(' Representacio grafica de respostes temporal i frequencial, i mapa de pols i zeros. ');
disp(' -----');
wn = input(' \n Introdueix el valor de la frecuencia natural: ');
zeta = input(' Introdueix el valor del coeficient d'esmortement: ');
t = 0:15/200:(60-15/200); % Vector temps
w = logspace(-1,1,200); % Vector de frecuencies
num = wn^2; % Numerador de la funcio de transferencia
den = [1 2*zeta(n)*wn wn^2]; % Denominador de la funcio de transferencia
y = step(num,den,t); % Resposta a l'esglao
[mag fas] = bode(num,den,w); % Resposta frequencial

% Grafica de la resposta temporal a un esglao
figure(1)
plot(t,y);
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
title('Resposta Temporal a un Esglao');

% Gràfica del mòdul en dB de la resposta frequencial
figure(2)
semilogx(w,20*log10(mag));
xlabel('w');
ylabel('dB');
title('Modul de la Resposta Frequencial');

% Gràfica de la fase de la resposta frequencial
figure(3);
semilogx(w,fas);
xlabel('w');
ylabel('graus');
title('Fase de la Resposta Frequencial');

% Diagrama de pols i zeros
figure(4);
pzmap(num,den);
title('Mapa de Pols i Zeros');
```

Exercici 2 - Efectes de la variació del coeficient d'esmoreïment

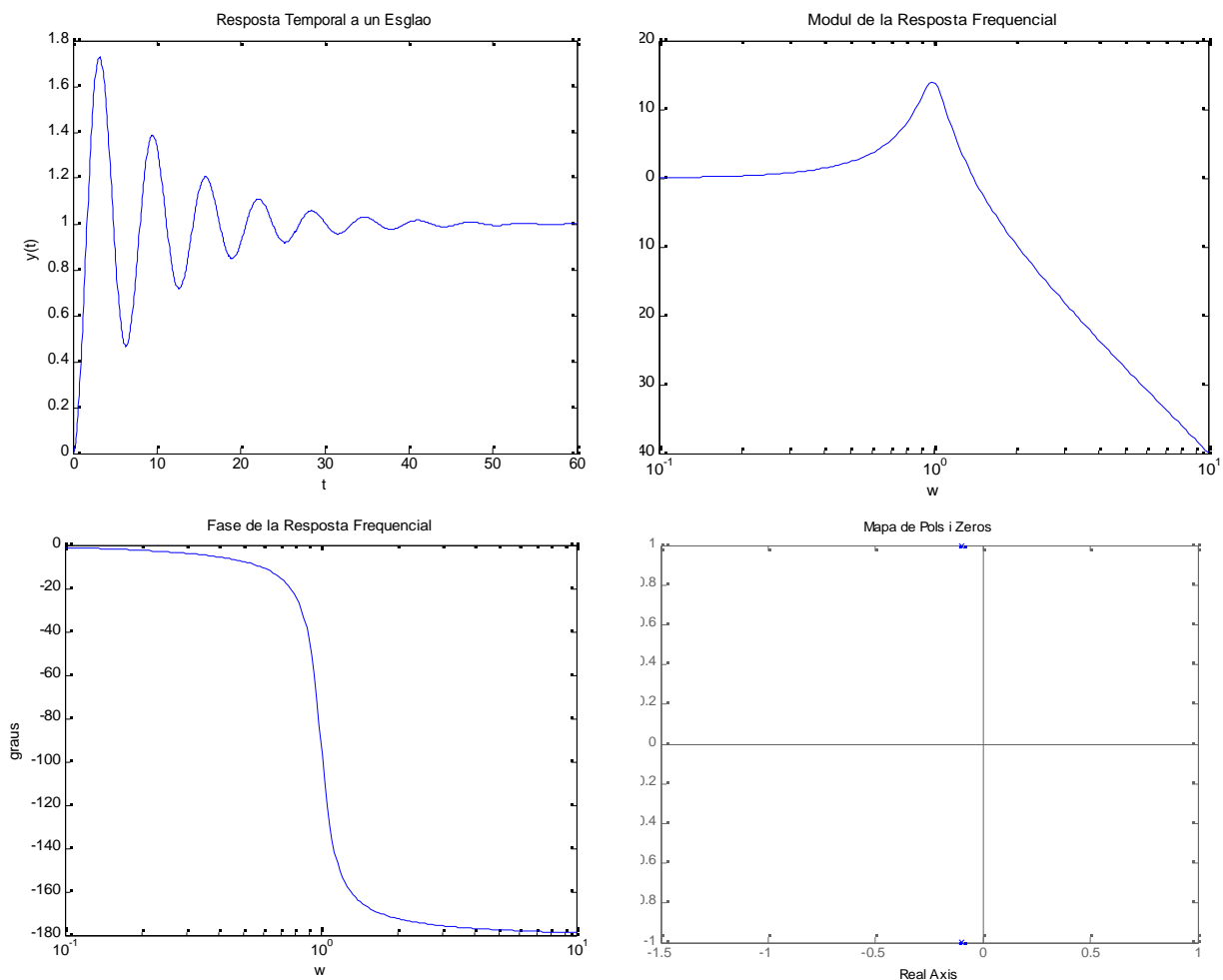
Tenim la funció de transferència: $A(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$

Fixarem el valor de la freqüència natural a 1 i variarem el valor del coeficient d'esmoreïment entre 0.1 i 1, fent proves per a c.e. = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 i 1.

Per a tots els casos, obtindrem les respectives gràfiques amb 'grafics.m' i calcularem els paràmetres de la resposta temporal a l'esglaió (amb 'rtemp.m' i 'parstep.m') i els paràmetres de la resposta freqüencial (amb 'rfreq.m' i 'parbode.m').

En aquest exercici no cal modificar la funció de transferència donat que té els valors d'aquesta funció al numerador i denominador per defecte.

Cas A: $w_n = 1$ i $\zeta = 0.1$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [1.000000] / Den: [1.000000 0.200000 1.000000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.882008 (amb valor de mòdul 3.526099)

(Índex = 946 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 1.087723 (amb valor de mòdul 3.516546)

(Índex = 1037 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 0.989687 (amb valor de mòdul 5.025172)

(Índex = 996 del vector de freqüències)

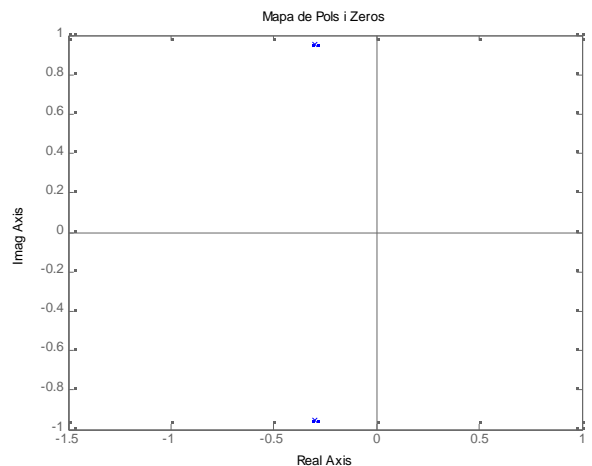
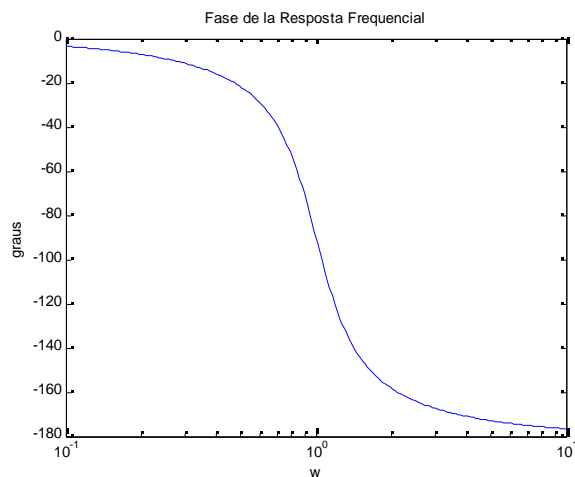
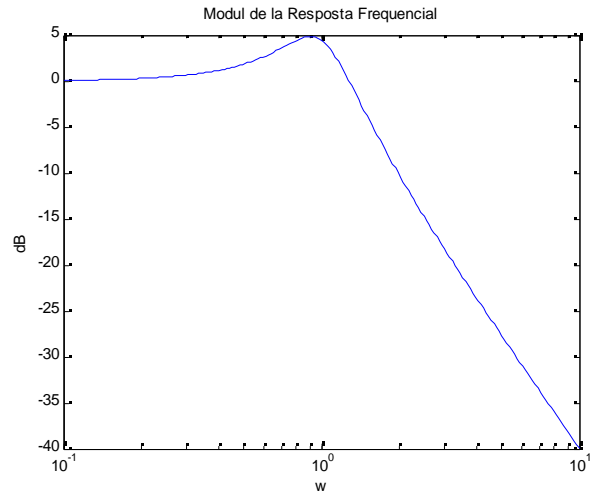
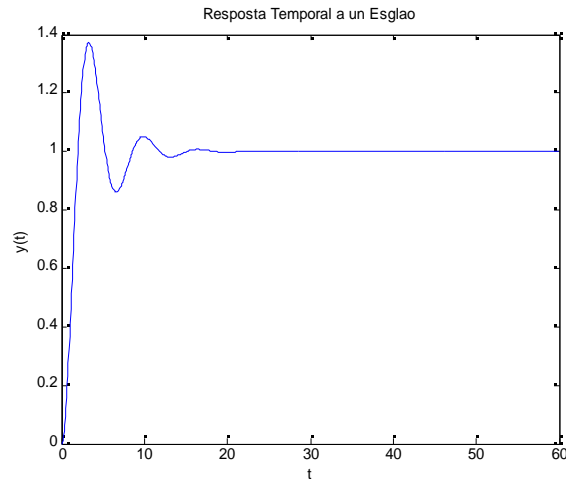
Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 72.495728

El Temps de Pujada és: 1.725000

El Temps d'Establiment és: 38.550000

Cas B: $w_n = 1$ i $\xi = 0.3$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [1.000000] / Den: [1.000000 0.600000 1.000000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.496991 (amb valor de mòdul 1.234728)

(Índex = 697 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 1.181779 (amb valor de mòdul 1.230850)

(Índex = 1073 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 0.904645 (amb valor de mòdul 1.747134)

(Índex = 957 del vector de freqüències)

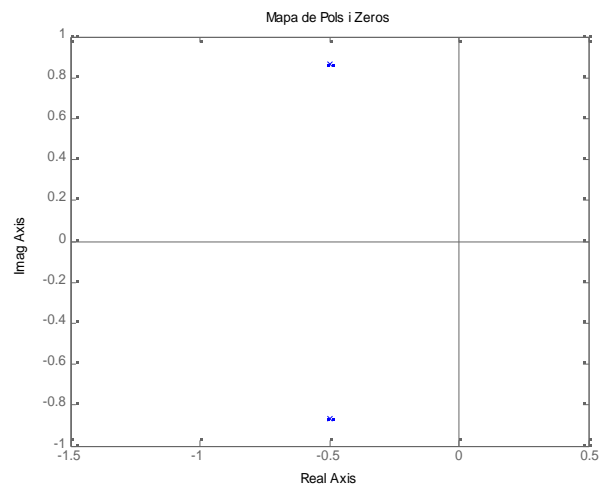
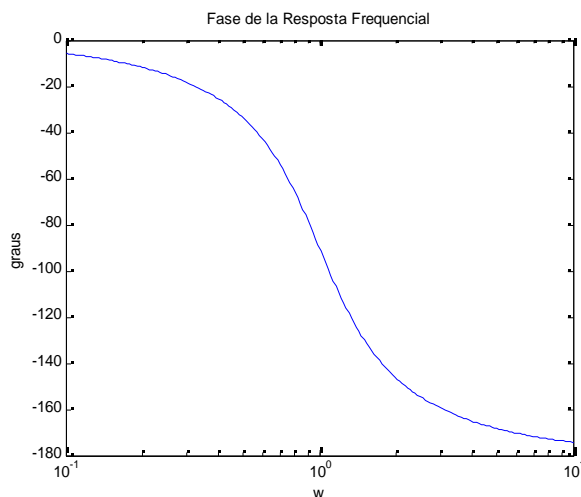
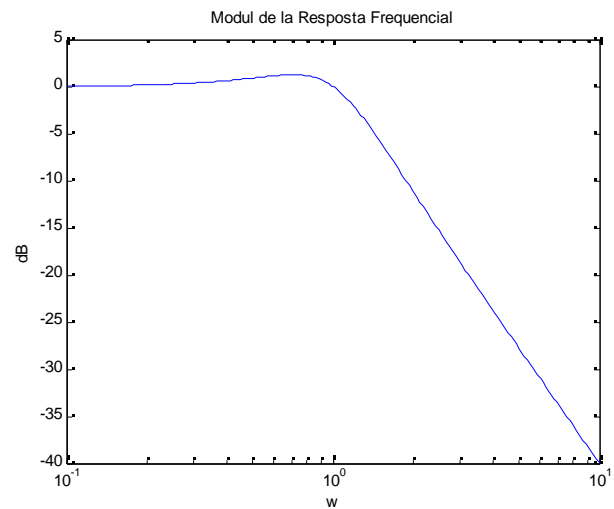
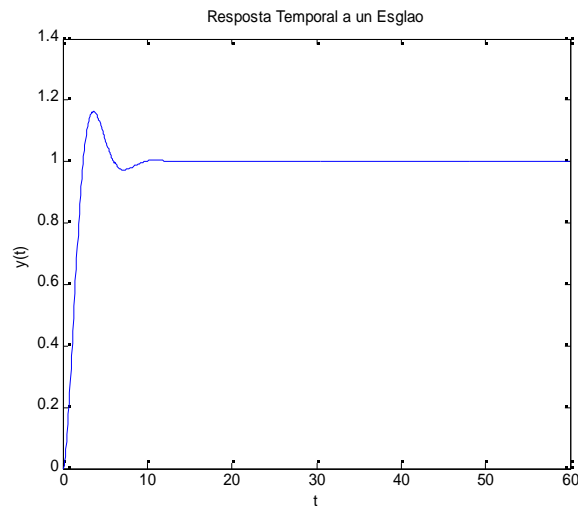
Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 37.231774

El Temps de Pujada és: 2.025000

El Temps d'Establiment és: 11.175000

Cas C: $\omega_n = 1$ i $\xi = 0.5$



Execució de 'rffreq.m':

La funció de transferència és: Num: [1.000000] / Den: [1.000000 1.000000 1.000000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 1.004987)

(Índex = 1 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 1.170939 (amb valor de mòdul 0.814109)

(Índex = 1069 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 0.707009 (amb valor de mòdul 1.154701)

(Índex = 850 del vector de freqüències)

Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 16.297087

El Temps de Pujada és: 2.475000

El Temps d'Establiment és: 8.025000

Cas D: $\omega_n = 1$ i $\xi = 0.7$

Execució de 'rffreq.m':

La funció de transferència és: Num: [1.000000] / Den: [1.000000 1.400000 1.000000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes (*Pràcticament Passa Baixes*)

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 1.000150)

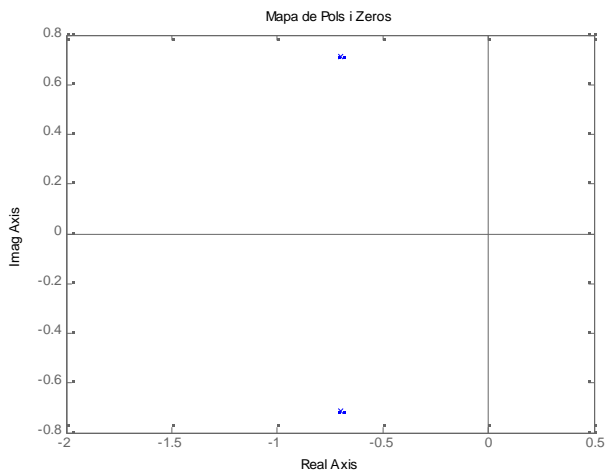
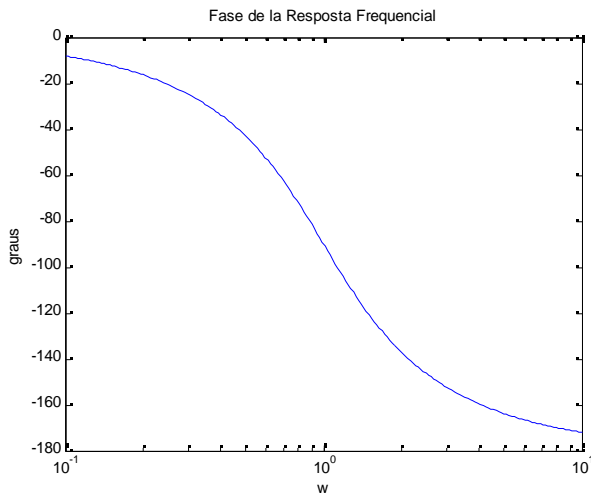
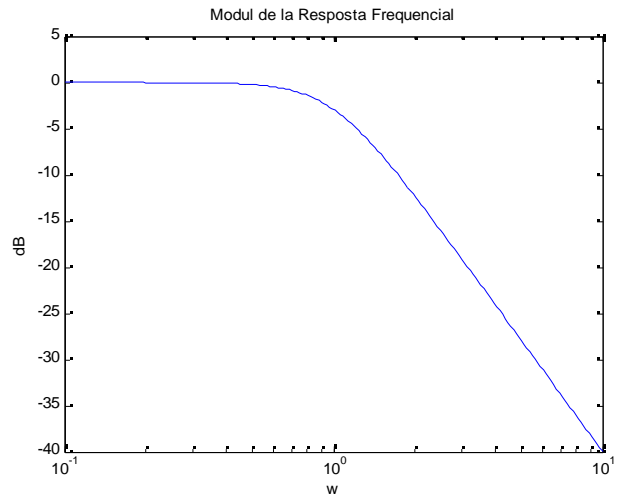
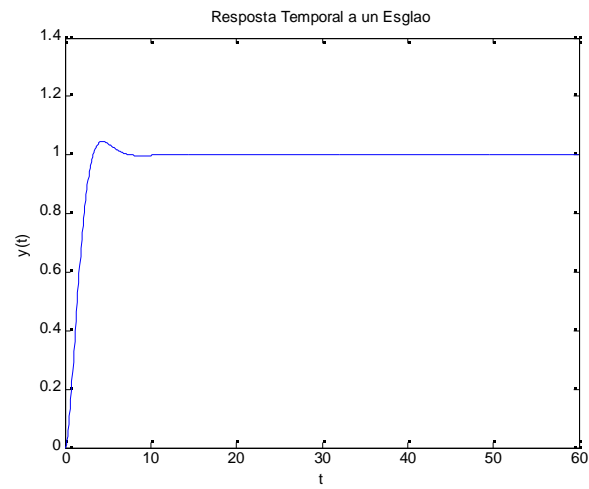
(Índex = 1 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 1.010421 (amb valor de mòdul 0.706842)

(Índex = 1005 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 0.141278 (amb valor de mòdul 1.000200)

(Índex = 151 del vector de freqüències)



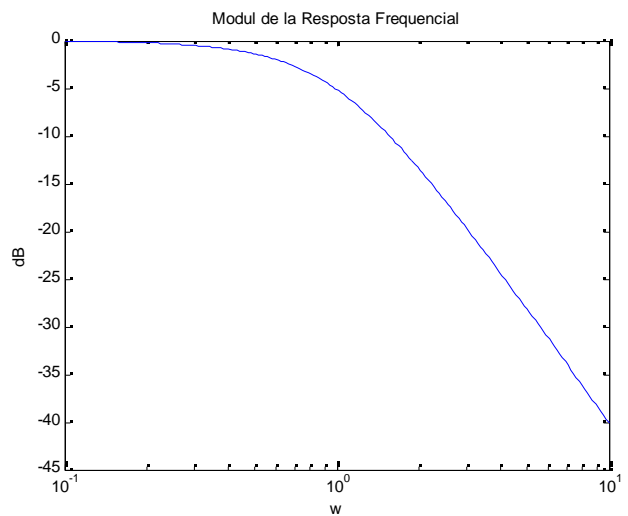
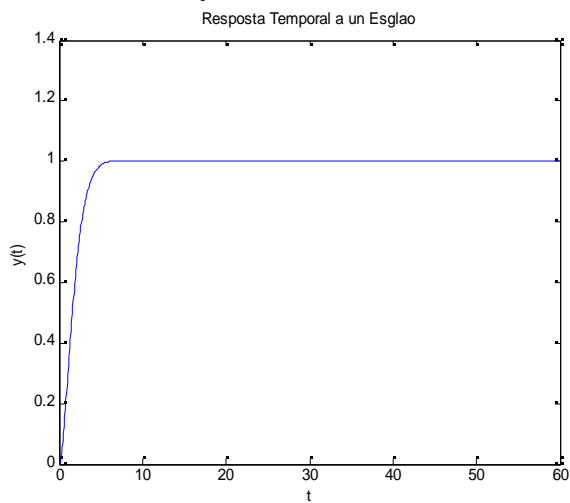
Execució de 'rtemp.m':

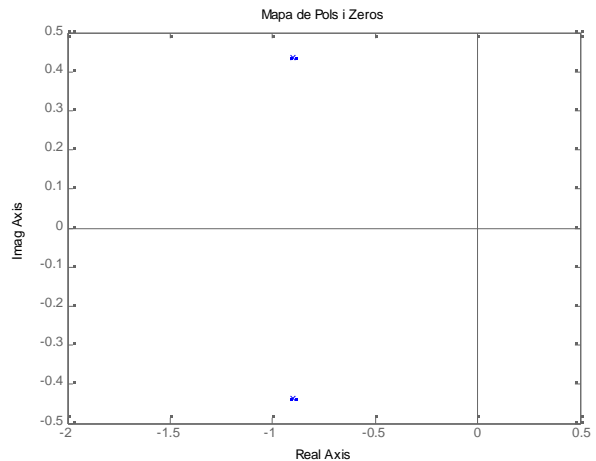
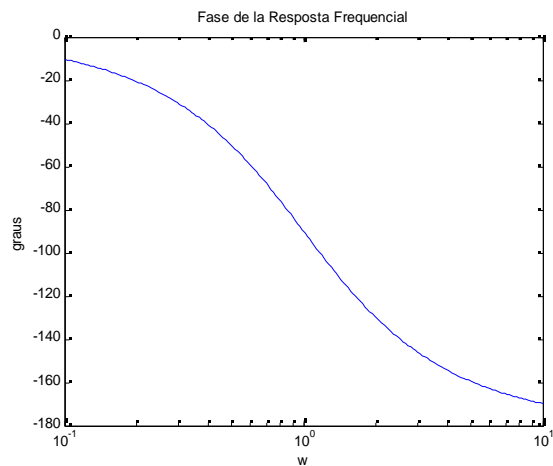
El SobreImpuls és: 4.597268

El Temps de Pujada és: 3.300000

El Temps d'Establiment és: 5.925000

Cas E: $w_n = 1$ i $\xi = 0.9$





Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [1.000000] / Den: [1.000000 1.800000 1.000000]

El tipus de sistema es: Passa Baixes

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 0.993808)
(Índex = 1 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 0.754117 (amb valor de mòdul 0.702106)
(Índex = 878 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 0.100000 (amb valor de mòdul 0.993808)
(Índex = 1 del vector de freqüències)

Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 0.152371

El Temps de Pujada és: 6.225000

El Temps d'Establiment és: 4.650000

Cas F: $w_n = 1$ i $\xi = 1$

Execució de 'rfreq.m':

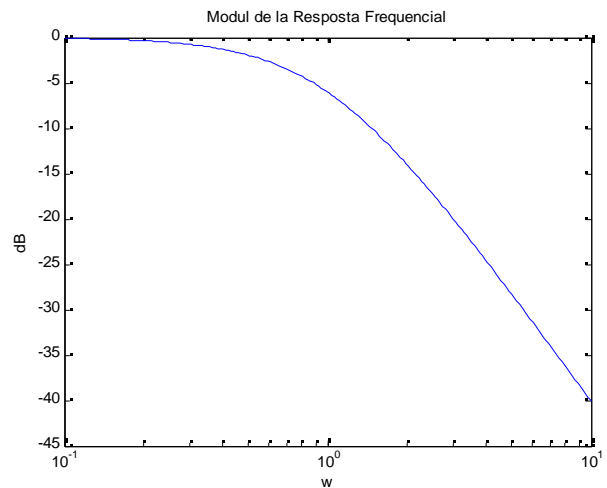
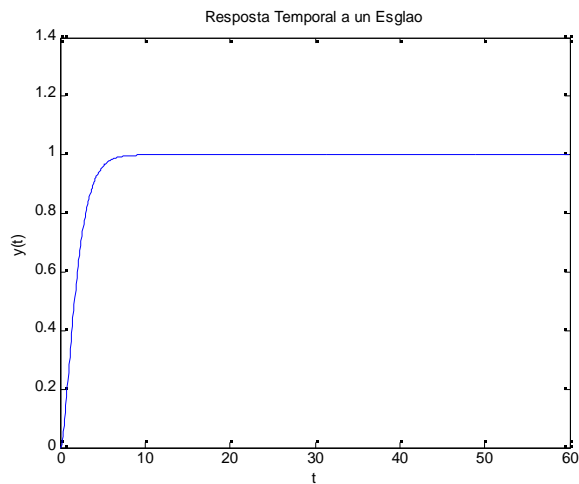
La funció de transferència és: Num: [1.000000] / Den: [1.000000 2.000000 1.000000]

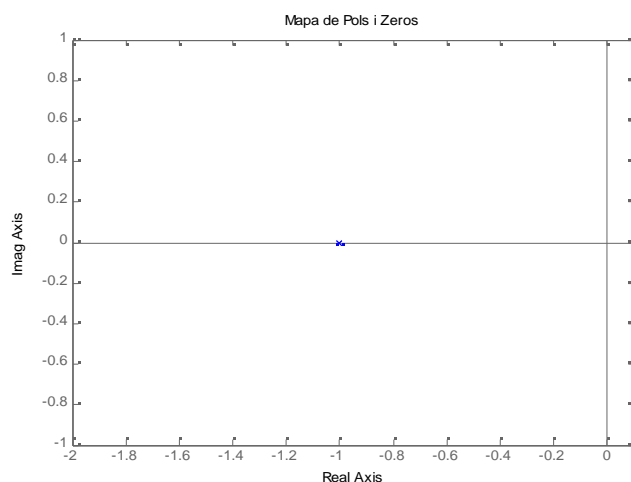
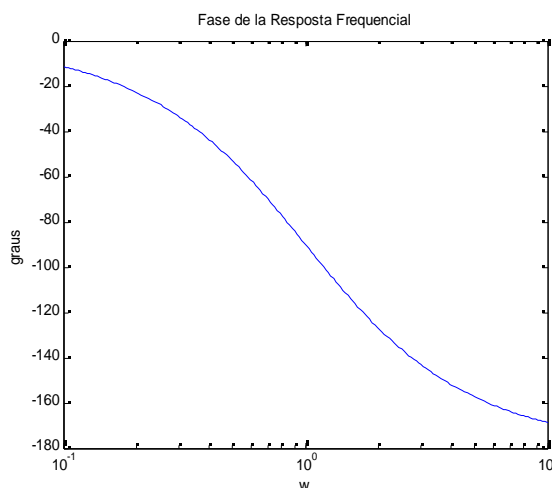
El tipus de sistema es: Passa Baixes

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 0.990099)
(Índex = 1 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 0.655252 (amb valor de mòdul 0.699616)
(Índex = 817 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 0.100000 (amb valor de mòdul 0.990099)
(Índex = 1 del vector de freqüències)





Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 0.000000

El Temps de Pujada és: 38.325000

El Temps d'Establiment és: 5.775000

Comentari sobre l'exercici

En aquesta sèrie d'apartats s'han estudiat els resultats de la mateixa funció de transferència, de la qual s'ha variat el coeficient d'esmoreïment (c.e.), passant de menor (0.1) a major (1) valor. Fruit d'aquesta variació en els diversos casos, s'aprecien tot un conjunt de diferències tant en la resposta temporal com en la resposta freqüencial, així com en el mapa de pols i zeros.

Fixant-nos en el mapa de pols i zeros, veiem que en tots els casos tenim dos pols complexos conjugats, que a mida que es va incrementant el valor del c.e. van apropant-se de l'eix d'ordenades cap a l'eix d'abscises, descrivint una corba en el sentit contrari a les agulles del rellotge. Aquest comportament és característic pel fet de variar el c.e., d'on passem de pols complexos conjugats molt a prop de l'eix d'ordenades (amb c.e. = 0.1) a un pol doble real a l'eix d'abscises (amb c.e.=1). Aquesta relació que estableix els pols en diferents punts segons el c.e. ajuda a descriure el comportament tan temporal com freqüencial del sistema.

La resposta temporal es veu directament afectada pel c.e. a mida que aquest augmenta de valor en cada cas. Les oscil·lacions es redueixen a mida que augmenta el c.e., ja que a major valor d'aquest, menors són les oscil·lacions. Això és degut a que l'exponencial atenua més ràpidament la resposta temporal del sistema amb un valor elevat del c.e., de forma que les oscil·lacions disminueixen més ràpidament. D'aquesta manera, veient els resultats numèrics, en cada cas va disminuint el sobreimpuls, ja que hi ha menys oscil·lacions. També el temps d'establiment és menor ja que en atenuar més ràpidament s'arriba abans a estat estacionari (tot i que el període de les oscil·lacions no varia amb la variació del, c.e., però l'atenuació més ràpida fa que desapareguin abans). Per contra el temps de pujada creix lleugerament a mida que el c.e. augmenta.

En quant a la resposta freqüencial, seguint l'evolució de la gràfica del mòdul de la resposta freqüencial, es constata que l'amplificació del senyal és més reduïda a major valor del c.e., de forma que a major c.e. hi ha un pic més baix, fet que ens dona com a resultat una evolució de sistema passa bandes cap a sistema passa baixes, on a mida que augmenta el valor del c.e. augmenta l'ample de banda del sistema, donat que hi ha progressivament una pendent més lleugera que fa que des del pic fins a baixar 3 dBs hi hagi major ample de banda a mida que la corba de l'amplificació de senyal

del mòdul és més atenuada.

Pel que fa a la fase, la posició que ocupen els pols en el mapa de pols i zeros és fonamental per entendre el comportament de la fase de la resposta freqüencial. En tenir dos pols complexos conjugats, veiem que es parteix de 0 graus a freqüència 0, i en la freqüència igual a la part imaginària positiva del pol “superior”, és on es produeix, de forma comuna, el punt d'inflexió que varia la corba d'evolució de la fase, que tendirà a -180 graus en apuntar els dos pols cap a freqüències molt elevades. Veiem que a mida que els pols es separen de l'eix d'ordenades (origen de l'eix d'abcises) i van tendint cap a l'eix d'abcises (origen de l'eix d'ordenades), el canvi de curvatura en el gràfic de la fase va sent més suau, ja que els pols estan progressivament més a prop i això fa que hi hagi una variació més lleugera dels angles en augmentar la freqüència.

Exercici 3 - Efectes de la variació de la freqüència natural

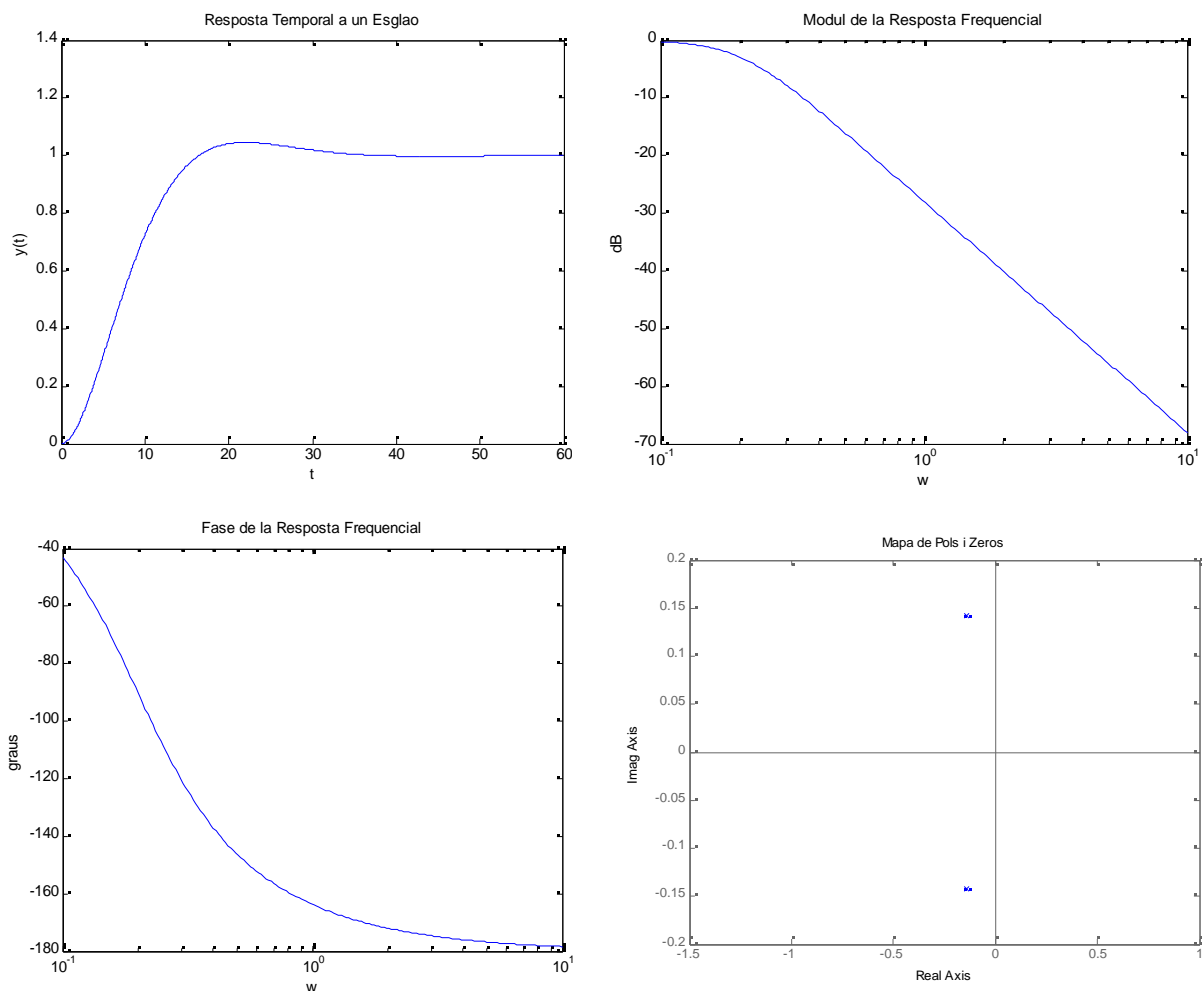
Tenim la funció de transferència:
$$A(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

Fixarem el valor del coeficient d'esmoreïment a 0.7 i variem el valor de la freqüència natural entre 0.2 i 5, fent proves per a f.n. = 0.2, 0.8, 1.6, 2.9, 4.1 i 5.

Per a tots els casos, obtindrem les respectives gràfiques amb 'grafics.m' i calcularem els paràmetres de la resposta temporal a l'esglaió (amb 'rtemp.m' i 'parstep.m') i els paràmetres de la resposta freqüencial (amb 'rfreq.m' i 'parbode.m').

En aquest exercici no cal modificar la funció de transferència donat que té els valors d'aquesta funció al numerador i denominador per defecte.

Cas A: $w_n = 0.2$ i $\xi = 0.7$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [0.040000] / Den: [1.000000 0.280000 0.040000]

El tipus de sistema es: Passa Baixes

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 0.974740)

(Índex = 1 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 0.207089 (amb valor de mòdul 0.688980)

(Índex = 317 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 0.100000 (amb valor de mòdul 0.974740)

(Índex = 1 del vector de freqüències)

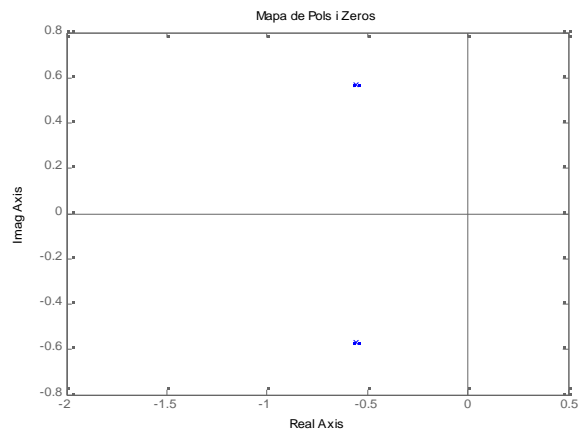
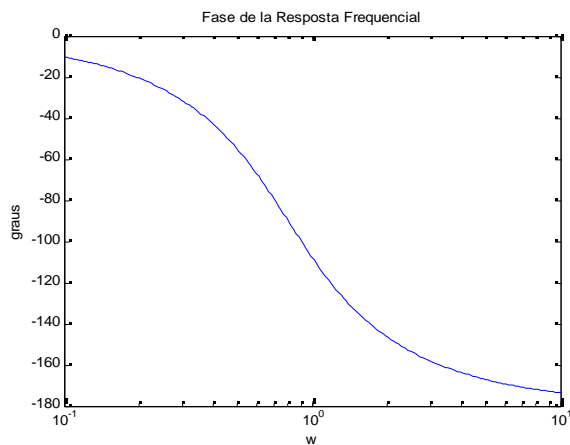
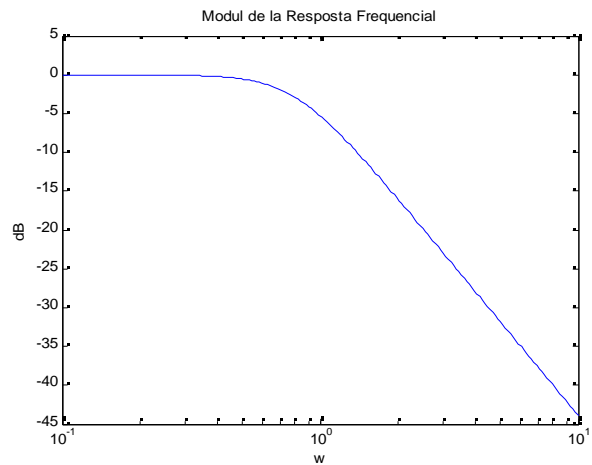
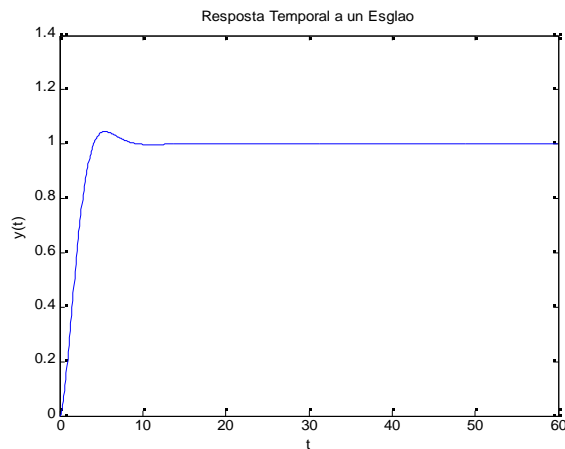
Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 4.601093

El Temps de Pujada és: 16.500000

El Temps d'Establiment és: 29.850000

Cas B: $w_n = 0.8$ i $\xi = 0.7$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [0.640000] / Den: [1.000000 1.120000 0.640000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes (*Pràcticament Passa Baixes*)

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 1.000190)
(Índex = 1 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 0.808079 (amb valor de mòdul 0.707072)
(Índex = 908 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 0.113247 (amb valor de mòdul 1.000200)

(Índex = 55 del vector de freqüències)

Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 4.597944

El Temps de Pujada és: 4.125000

El Temps d'Establiment és: 7.425000

Cas C: $w_n = 1.6$ i $\xi = 0.7$

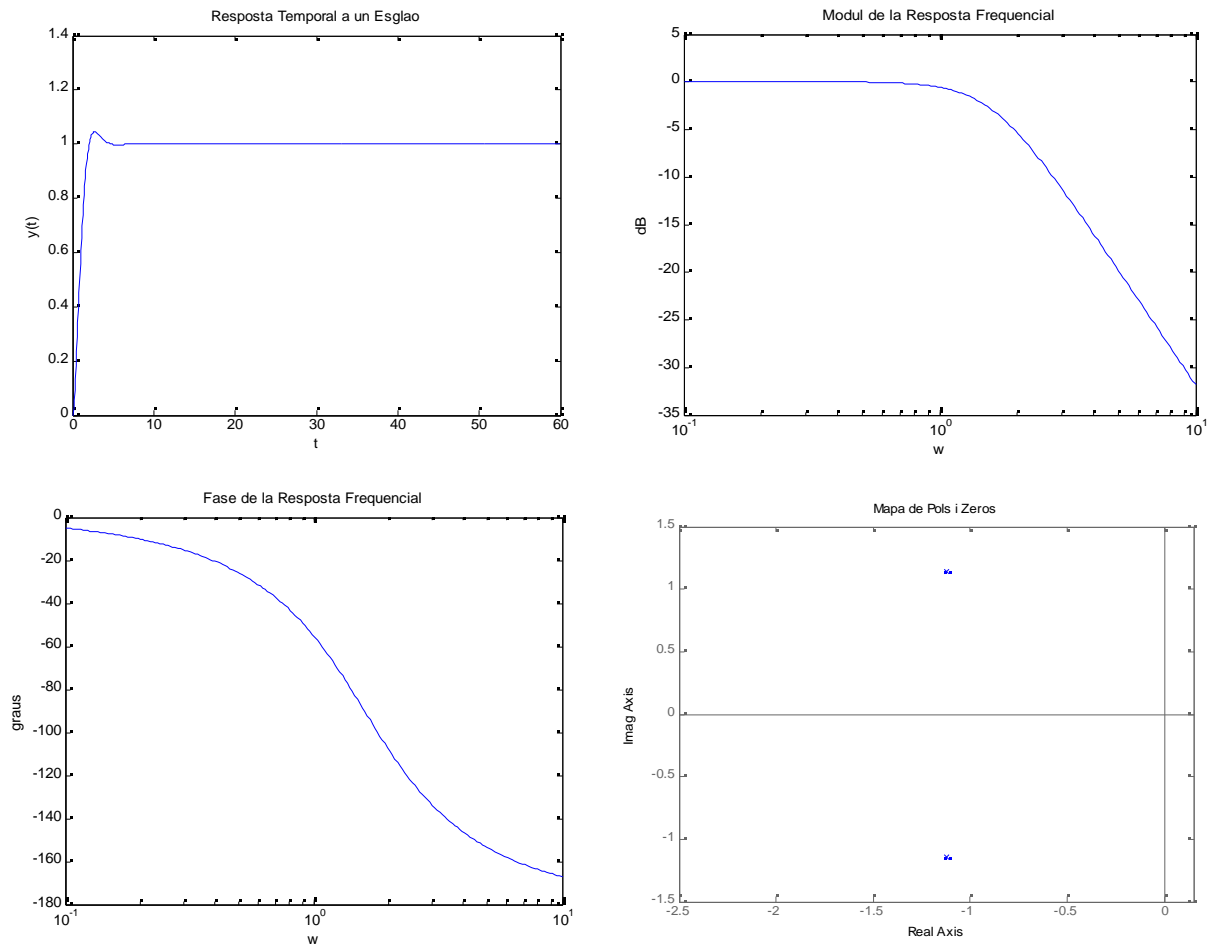
Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [2.560000] / Den: [1.000000 2.240000 2.560000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes (*Pràcticament Passa Baixes*)

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 1.000071)
(Índex = 1 del vector de freqüències)

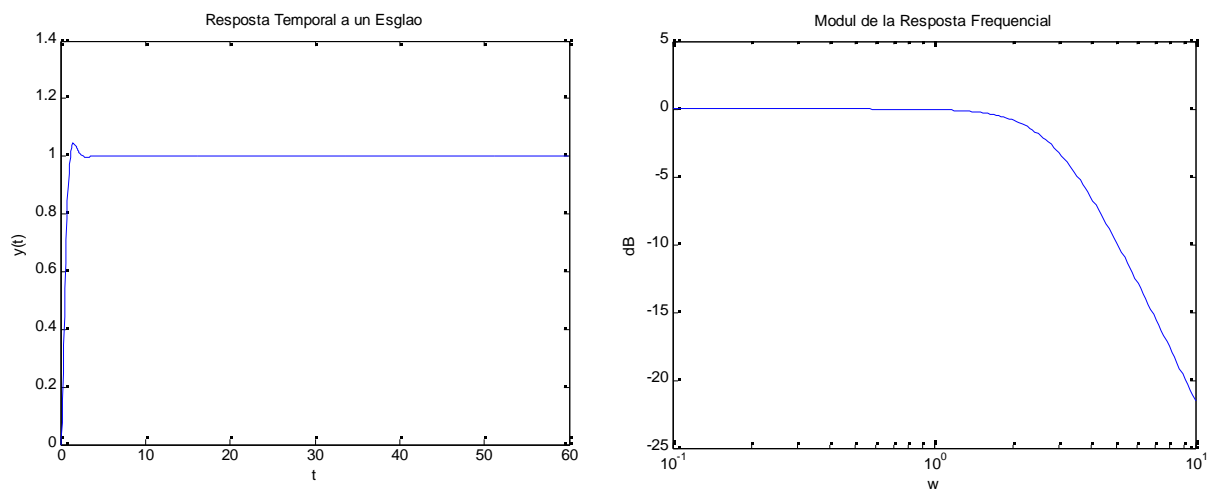
La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 1.616606 (amb valor de mòdul 0.706871)
 (Índex = 1209 del vector de freqüències)
 El Pic es troba en la freqüència: 0.226036 (amb valor de mòdul 1.000200)
 (Índex = 355 del vector de freqüències)

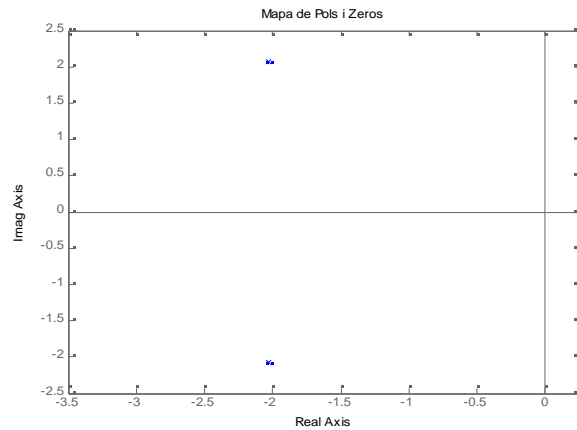
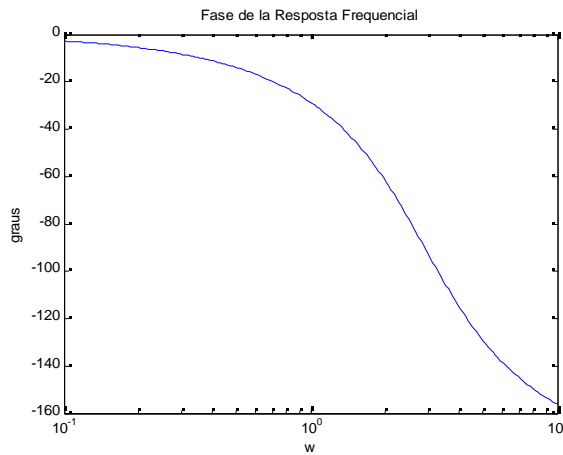


Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 4.595019
 El Temps de Pujada és: 2.100000
 El Temps d'Establiment és: 3.675000

Cas D: $w_n = 2.9$ i $\xi = 0.7$





Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [8.410000] / Den: [1.000000 4.060000 8.410000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes (*Pràcticament Passa Baixes*)

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 1.000023)
(Índex = 1 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 2.929094 (amb valor de mòdul 0.707119)
(Índex = 1467 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 0.410494 (amb valor de mòdul 1.000200)
(Índex = 614 del vector de freqüències)

Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 4.593117

El Temps de Pujada és: 1.200000

El Temps d'Establiment és: 2.025000

Cas E: $w_n = 4.1$ i $\xi = 0.7$

Execució de 'rfreq.m':

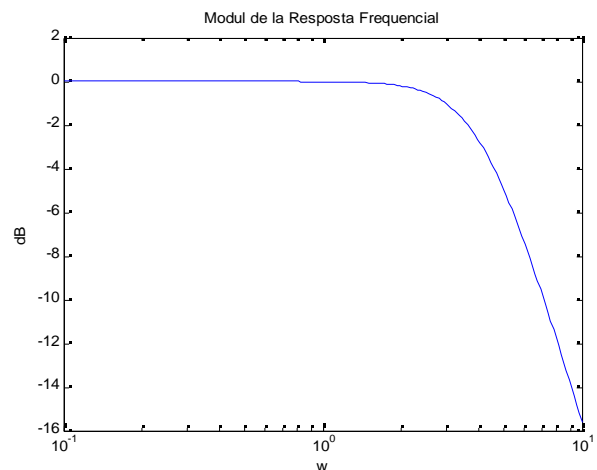
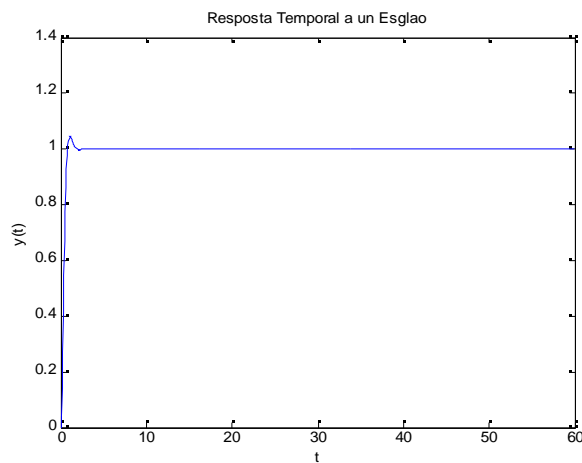
La funció de transferència és: Num: [16.810000] / Den: [1.000000 5.740000 16.810000]

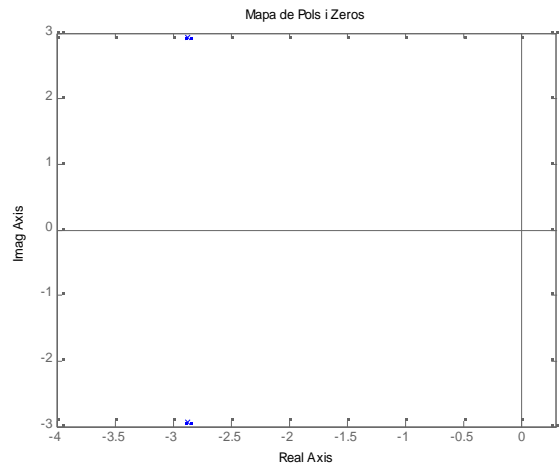
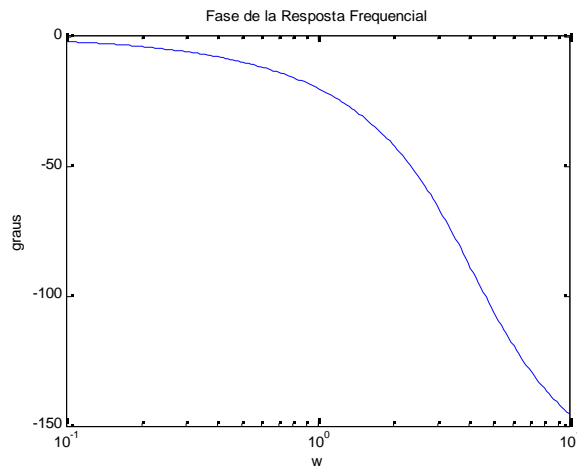
El tipus de sistema es: Passa Bandes (*Pràcticament Passa Baixes*)

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 1.000012)
(Índex = 1 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 4.147715 (amb valor de mòdul 0.705972)
(Índex = 1618 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 0.579938 (amb valor de mòdul 1.000200)
(Índex = 764 del vector de freqüències)





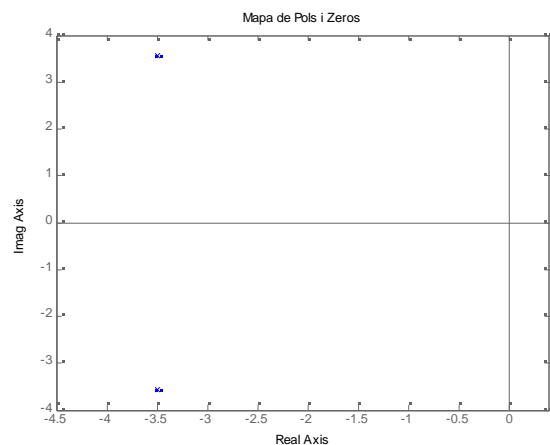
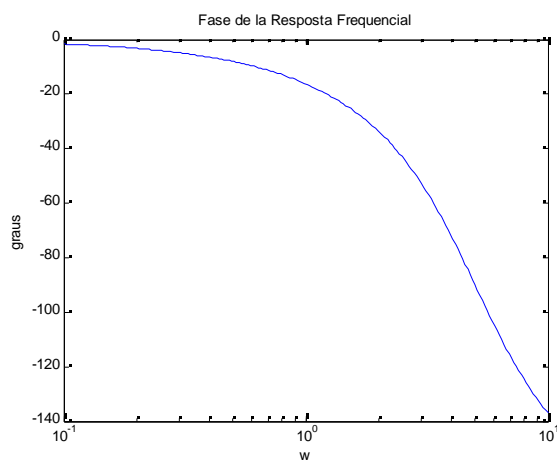
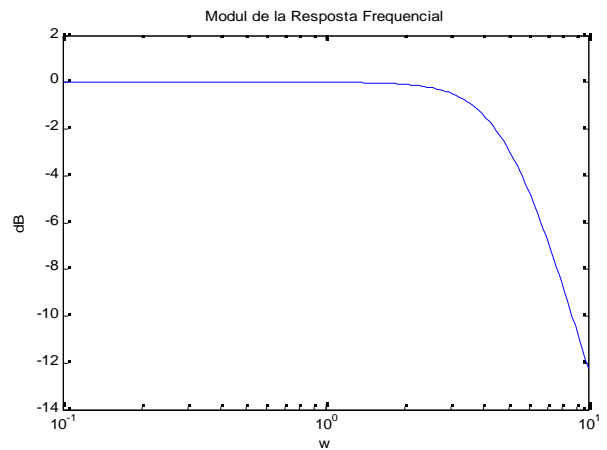
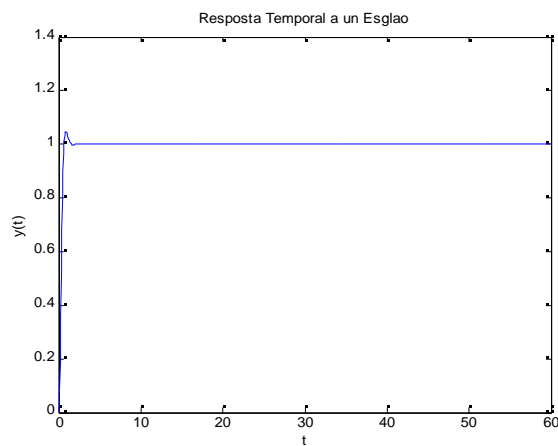
Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 4.577517

El Temps de Pujada és: 0.825000

El Temps d'Establiment és: 1.425000

Cas F: $w_n = 5$ i $\xi = 0.7$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [25.000000] / Den: [1.000000 7.000000 25.000000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes (*Pràcticament Passa Baixes*)

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 1.000008)

(Índex = 1 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 5.056522 (amb valor de mòdul 0.706210)

(Índex = 1704 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 0.707009 (amb valor de mòdul 1.000200)

(Índex = 850 del vector de freqüències)

Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 4.576469

El Temps de Pujada és: 0.675000

El Temps d'Establiment és: 1.125000

Comentari sobre l'exercici

En aquest exercici s'ha variat la freqüència natural (f.n.) del sistema, per a diferents valors compresos entre 0.2 i 5, dels quals s'han constatat una sèrie de característiques en les diferents respostes obtingudes, havent variat el valor de la f.n. de menor a major

En primer lloc, analitzarem l'evolució dels pols en els successius mapes de pols i zeros. A diferència de l'exercici anterior en el que els pols conjugats tendien a unir-se en pol doble real per a c.e.=1, en aquest cas, a mida que augmentem la f.n. els pols s'allunyen entre sí, descrivint una corba oposada a la de l'anterior exercici, de forma que el moviment que realitzen és el d'una corba que tendeix, per al pol conjugat "superior", cap a valors més grans de la part imaginària, i ,per al pol conjugat "inferior", cap a valors més petits de la part imaginària. La part real dels dos pols es van allunyant progressivament i al mateix ritme de l'origen d'absices i tendeix a decrementar la part real en augmentar la f.n. Com en l'anterior exercici, aquest comportament dels pols per a cada apartat ajudarà a descriure les respostes temporal i freqüencial del sistema.

La resposta temporal, és atenuada considerablement ja que en tots els casos s'aplica un c.e.=0.7 que disminueix ràpidament les oscil·lacions. Comparant les diferents respostes temporals, determinem que el fet d'augmentar la f.n. provoca que la resposta temporal produeixi oscil·lacions amb un període més baix, de forma que s'arriba abans a estat estacionari sent el temps d'establiment menor, i sent també menor el temps de pujada. La f.n. no afecta a la magnitud de les oscil·lacions produïdes, sinó que afecta al període de temps en el que es produeix una oscil·lació, sent aquest període més petit com més gran és la f.n. (a diferència del c.e. que enlloc de modificar el període modificava la magnitud de les oscil·lacions en atenuar-les proporcionalment al valor de c.e.).

Pel que fa a la resposta freqüencial del sistema, fixant-nos en primer terme en el mòdul, veiem que progressivament a mida que s'augmenta la f.n., tenim un ample de banda major. En tots els casos tenim sistemes passa baixes (o pràcticament passa baixes), i el fet de mantenir sempre el mateix valor de c.e. fa que en els diferents casos no hi hagi augment de l'amplificació de senyal (tenint per tant pràcticament el mateix valor de pic en tots el casos), sinó el que augmenta és el rang de freqüències en les que el sistema obté un valor de mòdul similar, cosa que fa que comenci a atenuar a freqüències més elevades a mida que s'augmenta la f.n., i això fa que l'ample de banda sigui progressivament major.

En darrer terme, la fase de la resposta freqüencial es veu afectada directament per les posicions dels pols i això s'observa ràpidament, ja que en disminuir la part real dels pols i allunyar-se de l'eix d'ordenades (a mida que també s'allunyen de l'eix d'abcises), l'augment de la freqüència afecta menys a l'increment dels angles. Per tant, a major f.n., la transició de la fase del sistema és més lleugera i requerirà freqüències més elevades per arribar als -180°.

Exercici 4 - Efectes de l'addició d'un zero

Tenim les següents funcions de transferència:

$$G_{3i}(s) = \frac{25 \left(\frac{s}{z} + 1 \right)}{s^2 + 7s + 25}$$

i	z
1	1
2	3
3	10
4	-3

Aleshores:

$$s^2 + 7s + 25 \Rightarrow s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 \Rightarrow \omega_n = 5 \text{ i } \xi = 0.7$$

$$G_{31}(s) = (25s + 25) / (s^2 + 7s + 25)$$

$$G_{32}(s) = ((25/3)s + 25) / (s^2 + 7s + 25)$$

$$G_{33}(s) = (2.5s + 25) / (s^2 + 7s + 25)$$

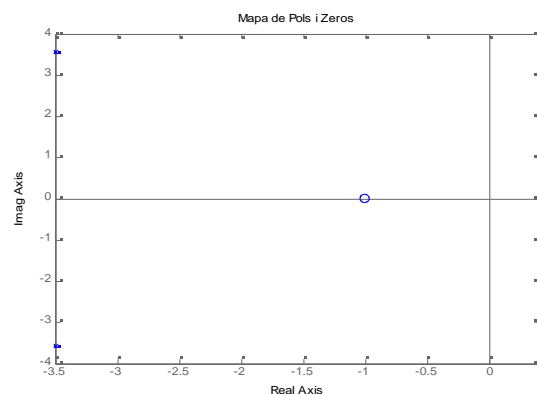
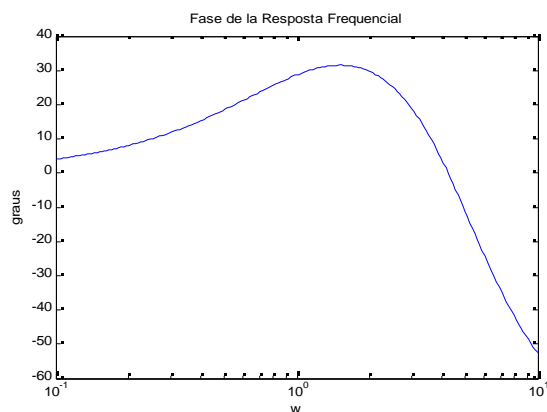
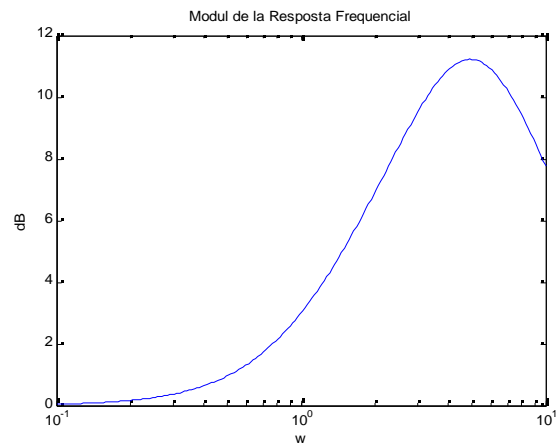
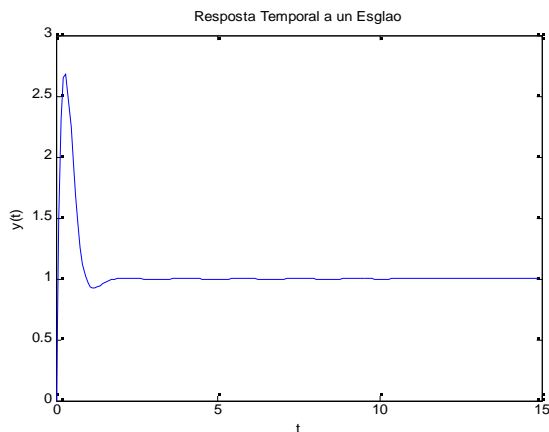
$$G_{34}(s) = ((-25/3)s + 25) / (s^2 + 7s + 25)$$

Fixarem la freqüència natural a 5 i el coeficient d'esmoreïment a 0.7.

Per a tots els casos, obtindrem les respectives gràfiques amb 'grafics.m' i calcularem els paràmetres de la resposta temporal a l'esglaó (amb 'rtemp.m' i 'parstep.m') i els paràmetres de la resposta freqüencial (amb 'rfreq.m' i 'parbode.m').

En aquest exercici hem de modificar la funció de transferència per adequar a cada cas dels quatre el numerador i el denominador als fitxers 'rtemp.m', 'rfreq.m' i 'grafics.m'. Com que la freqüència natural és elevada, reduïm el vector de temps a un temps màxim de 15 segons per apreciar millor els canvis.

Cas A: Funció de Transferència $G_{31}(s)$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [25.000000 25.000000] / Den: [1.000000 7.000000 25.000000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 2.436090 (amb valor de mòdul 2.573745)

(Índex = 1387 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 9.462110 (amb valor de mòdul 2.572304)

(Índex = 1976 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 4.907332 (amb valor de mòdul 3.643525)

(Índex = 1691 del vector de freqüències)

Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 168.188874

El Temps de Pujada és: 0.075000

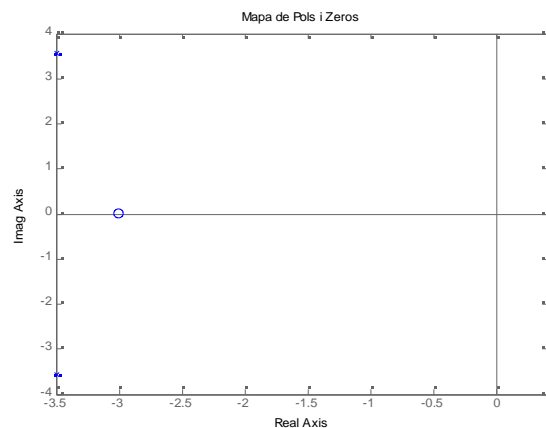
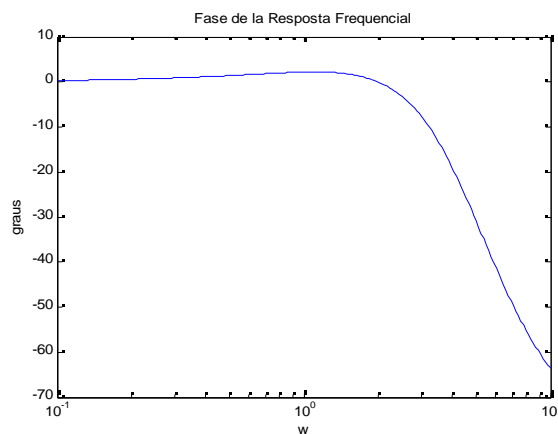
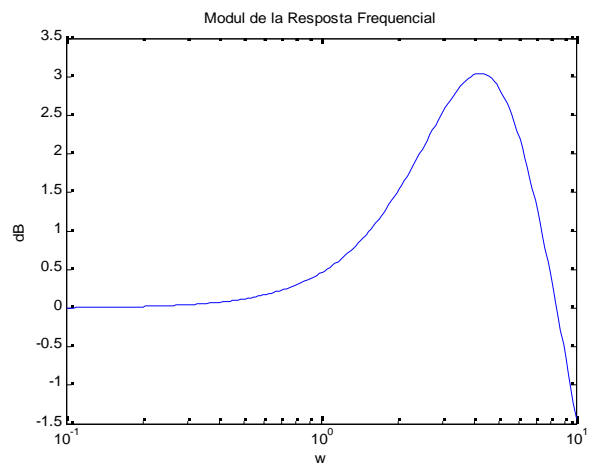
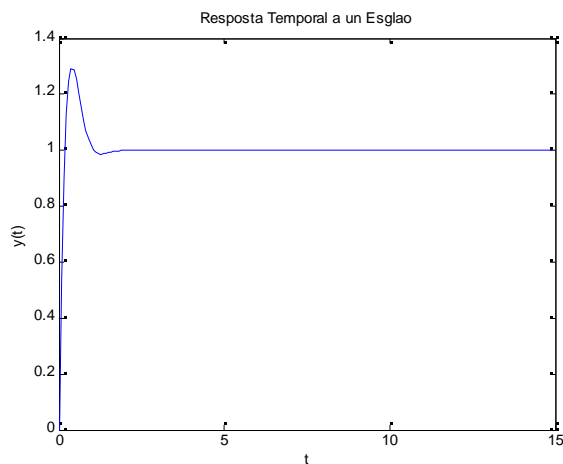
El Temps d'Establiment és: 1.500000

En aquest cas, el numerador i el denominador dels scripts són:

num = [25 wn^2];

den = [1 2*zeta*wn wn^2];

Cas B: Funció de Transferència $G_{32}(s)$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [8.333333 25.000000] / Den: [1.000000 7.000000 25.000000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.250149 (amb valor de mòdul 1.003517)

(Índex = 399 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 8.374550 (amb valor de mòdul 1.001993)

(Índex = 1923 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 4.215144 (amb valor de mòdul 1.419193)

(Índex = 1625 del vector de freqüències)

Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 29.275023

El Temps de Pujada és: 0.225000

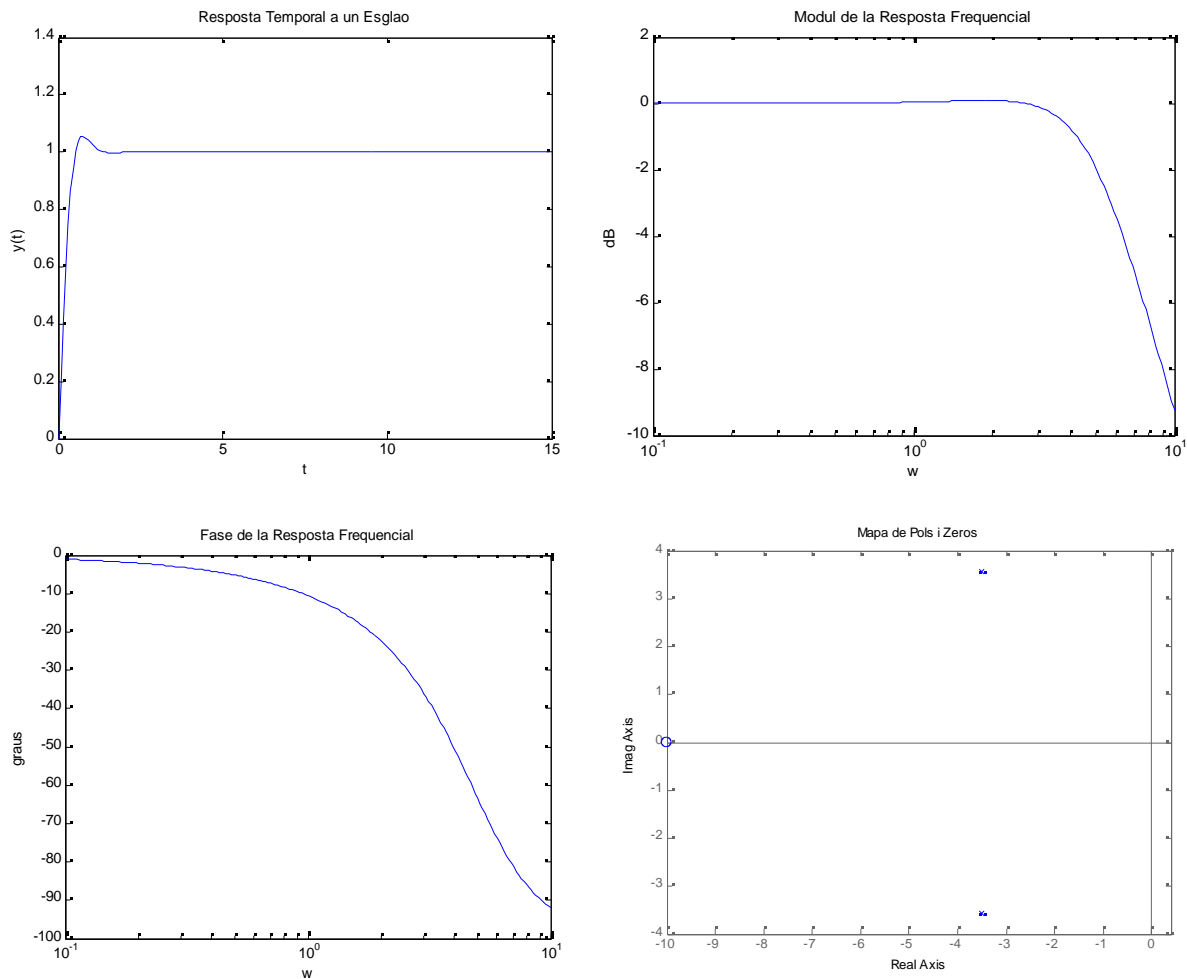
El Temps d'Establiment és: 0.900000

En aquest cas, el numerador i el denominador dels scripts són:

num = [25/3 wn^2];

den = [1 2*zeta*wn wn^2];

Cas C: Funció de Transferència $G_{33}(s)$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [2.500000 25.000000] / Den: [1.000000 7.000000 25.000000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes (*Pràcticament Passa Baixes*)

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 1.000058)

(Índex = 1 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 5.660782 (amb valor de mòdul 0.713788)

(Índex = 1753 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 1.886418 (amb valor de mòdul 1.010305)

(Índex = 1276 del vector de freqüències)

Execució de 'rtemp.m':

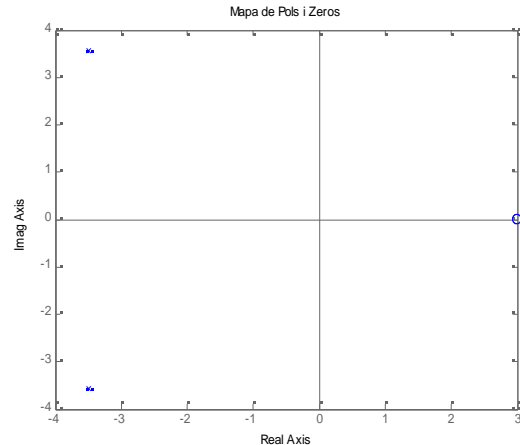
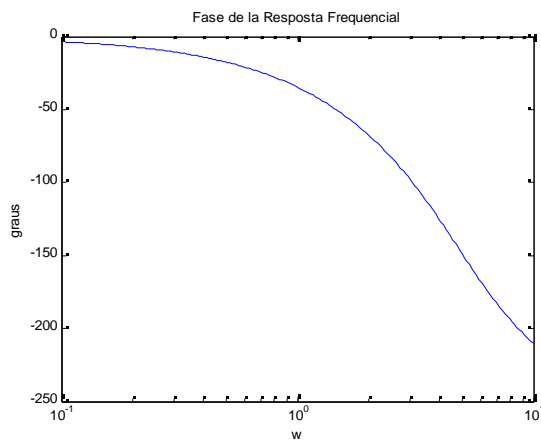
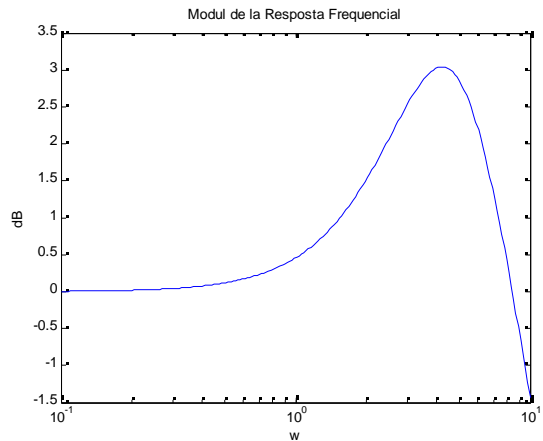
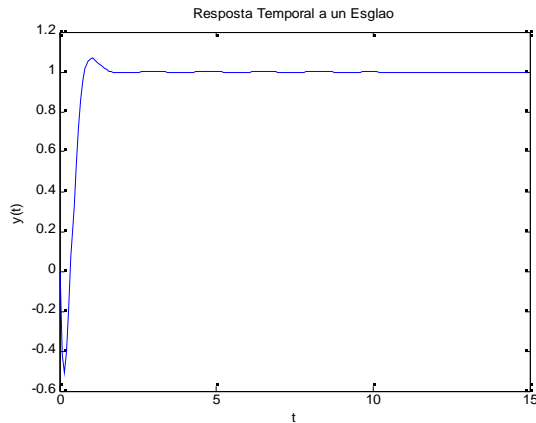
El SobreImpuls és: 5.572396

El Temps de Pujada és: 0.525000
El Temps d'Establiment és: 1.050000

En aquest cas, el numerador i el denominador dels scripts són:

num = [2.5 wn^2];
den = [1 2*zeta*wn wn^2];

Cas D: Funció de Transferència $G_{34}(s)$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [-8.333333 25.000000] / Den: [1.000000 7.000000 25.000000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.250149 (amb valor de mòdul 1.003517)

(Índex = 399 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 8.374550 (amb valor de mòdul 1.001993)

(Índex = 1923 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència: 4.215144 (amb valor de mòdul 1.419193)

(Índex = 1625 del vector de freqüències)

Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 6.877546

El Temps de Pujada és: 0.825000

El Temps d'Establiment és: 1.350000

En aquest cas, el numerador i el denominador dels scripts són:

num = [-25/3 wn^2];
den = [1 2*zeta*wn wn^2];

Comentari sobre l'exercici

En aquest exercici s'ha afegit un zero al sistema, i s'han provat els resultats per a diferents valors numèrics que variaven el valor del zero. Cal tenir en compte que per al diferents casos s'ha emprat un valor de freqüència natural igual a 5 i un valor de coeficient d'esmoreïment igual a 0.7, pel que els resultats obtinguts dels diferents casos de l'addició del zero s'haurien de comparar qualitativament amb el resultat de l'apartat f de l'exercici 3 en el qual s'apliquen aquests mateixos valors al c.e. i a la f.n.

Per als diferents casos aplicats, veiem que en el mapa de pols i zeros tenim un zero en diferents parts de l'eix d'abcises (origen de l'eix d'ordenades), segons els valors numèrics que multipliquen la "s" del numerador obtindrem el zero en una o altra posició de l'eix d'abcises.

Comparant la resposta temporal dels diferents apartats amb la resposta temporal obtinguda a l'apartat f de l'exercici 3 veiem que, sense variar el període de les oscil·lacions, els resultats temporals de resposta a l'esglaó de l'exercici 4 obtenen unes oscil·lacions majors. Això és degut a que el zero que s'ha afegit fa que les oscil·lacions siguin majors, tal i com es podria constatar analíticament en els càlculs de la resposta temporal, segons els quals aconseguiríem un valor diferent de l'exponencial que faria atenuar menys les oscil·lacions permetent una primera oscil·lació major. Tot i això, el fet que tinguem en tots els casos freqüència natural igual a 5 fa que el període d'aquestes sigui molt curt i en tots els casos hi hagi un temps d'establiment molt baix. Aquestes oscil·lacions són més o menys pronunciades depenent de la posició de l'eix d'abcises on es trobi el zero. Aleshores, tant el temps d'establiment com el temps de pujada són molt similars entre ells, mentre que el sobreimpuls estarà en funció de la posició del zero, segons la qual tindrem oscil·lacions majors o menors.

En quant a la resposta freqüencial, veiem un canvi significatiu en les gràfiques del mòdul. El fet d'haver afegit al sistema un zero fa que inicialment el sistema tingui un pendent ascendent (amb els zeros tenim pendent ascendent 20 dBs i amb els pols -20 dBs (descendent)), que es contrarestat posteriorment pels pols complexos conjugats que fan que el sistema baixi, al aplicar un pendent de 20 dBs (20 dBs del zero – 40 dBs dels pols complexos conjugats). En els anteriors exercicis no obteníem aquesta sortida inicial ascendent, ja que en tenir només pols el sistema tendia sempre a descendir (excepte les amplificacions de senyal produïdes en els punts on hi havia el canvi de pendent a causa dels zeros). Veiem que, com més negativa és la part real del zero, més atenuat és l'ascens inicial i més baix és el pic del mòdul. Per a casos positius del zero, el l'atenuació és similar a el mateix valor del zero canviat de signe.

En el cas de la fase de la resposta freqüencial, es constata que el valor real del zero és el factor clau a l'hora de determinar la variació de l'angle a mida que s'augmenta la freqüència. Això és degut a que, a menor distància de l'eix d'ordenades, el zero contraresta més el signe negatiu dels pols, i per tant en freqüències petites, si el zero està més a prop de l'eix d'ordenades que els pols, predominarà l'angle positiu del zero i hi haurà per tant una petita oscil·lació ascendent que a mida que augmenta la freqüència es dissiparà, en fer-se superior l'angle negatiu dels dos pols. En l'últim cas veiem que enlloc de tendir a -90 graus es tendeix a -210 graus, això és donat a la posició del zero en la part positiva de l'eix real, que fa que el seu signe també sigui negatiu i per tant es disminueixi amb angle negatiu conjuntament amb els dos pols complexos conjugats.

Es constata que el fet que els zeros tinguin part real positiva o negativa no afecta a l'estabilitat del sistema.

Exercici 5 - Efectes de l'addició d'un pol

Tenim les següents funcions de transferència:

$$G_{4i}(s) = \frac{25}{\left(\frac{s}{p} + 1\right)s^2 + 7s + 25}$$

i	p
1	1
2	3
3	10

Aleshores:

$$s^2 + 7s + 25 \Rightarrow s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 \Rightarrow \omega_n = 5 \text{ i } \xi = 0.7$$

$$G_{41}(s) = 25 / (s^2 + s^2 + 7s + 25)$$

$$G_{42}(s) = 25 / ((1/3)s^3 + s^2 + 7s + 25)$$

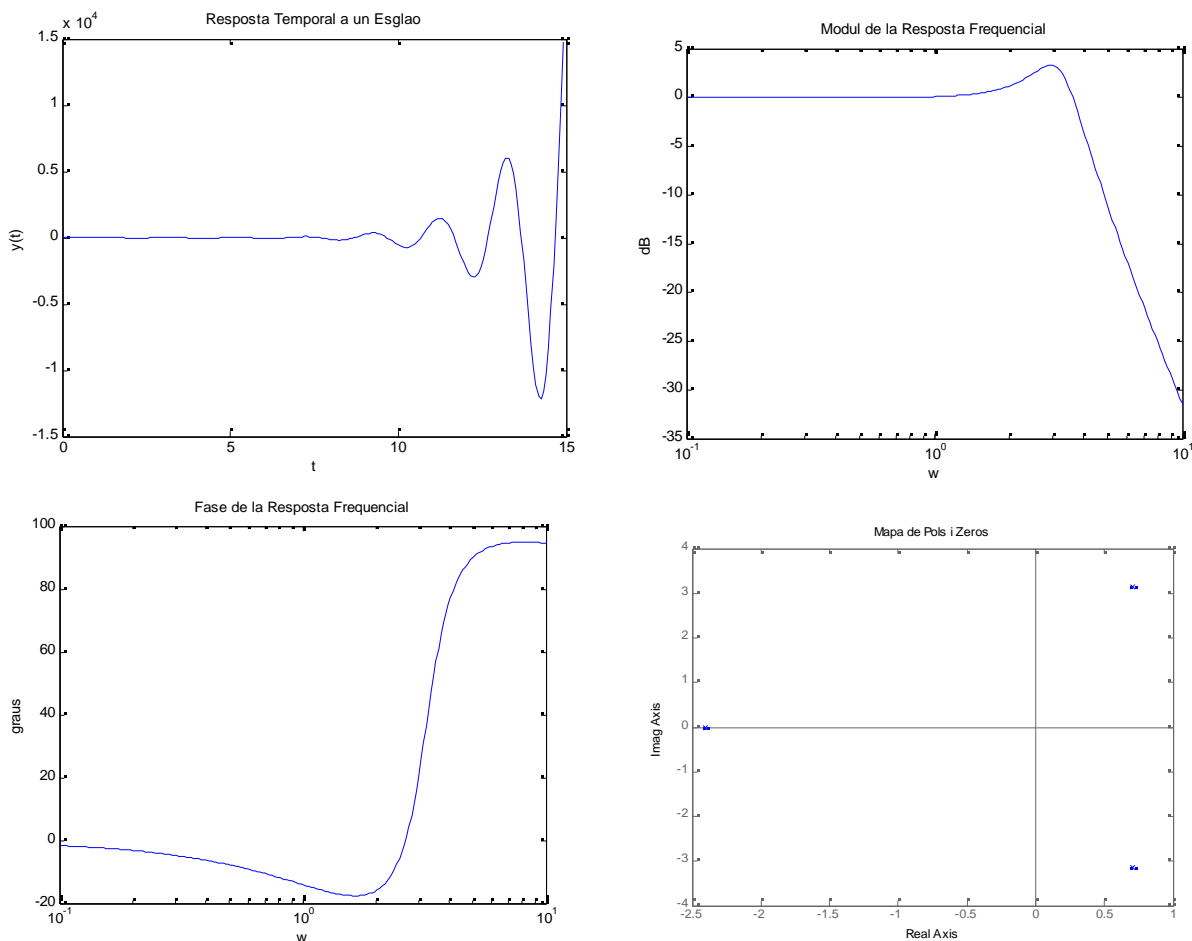
$$G_{43}(s) = 25 / ((1/10)s^3 + s^2 + 7s + 25)$$

Fixarem la freqüència natural a 5 i el coeficient d'esmoreïment a 0.7.

Per a tots els casos, obtindrem les respectives gràfiques amb 'grafics.m' i calcularem els paràmetres de la resposta temporal a l'esglaió (amb 'rtemp.m' i 'parstep.m') i els paràmetres de la resposta freqüencial (amb 'rfreq.m' i 'parbode.m').

En aquest exercici hem de modificar la funció de transferència per adequar a cada cas dels quatre el numerador i el denominador als fitxers 'rtemp.m', 'rfreq.m' i 'grafics.m'. Com que la freqüència natural és elevada, reduïm el vector de temps a un temps màxim de 15 segons per apreciar millor els canvis.

Cas A: Funció de Transferència $G_{41}(s)$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [25.000000] / Den: [1.000000 1.000000 7.000000 25.000000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 1.388581 (amb valor de mòdul 1.036364)

(Índex = 1143 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 3.587380 (amb valor de mòdul 1.028812)

(Índex = 1555 del vector de freqüències)

El Pic es troba en la freqüència : 2.949408 (amb valor de mòdul 1.465946)

(Índex = 1470 del vector de freqüències)

Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 0.000000

El Temps de Pujada és: 14.925000

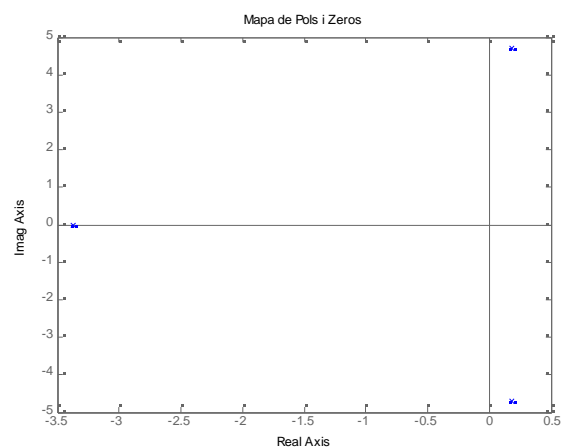
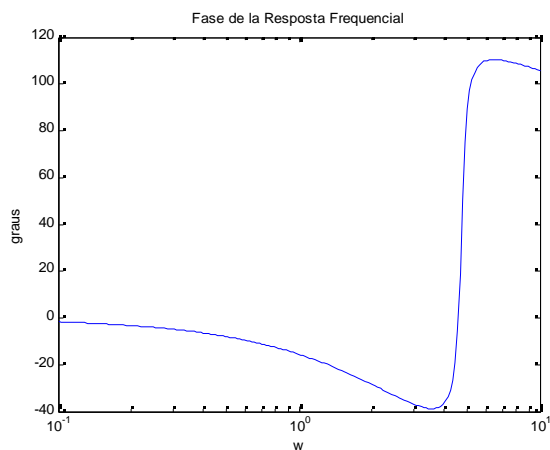
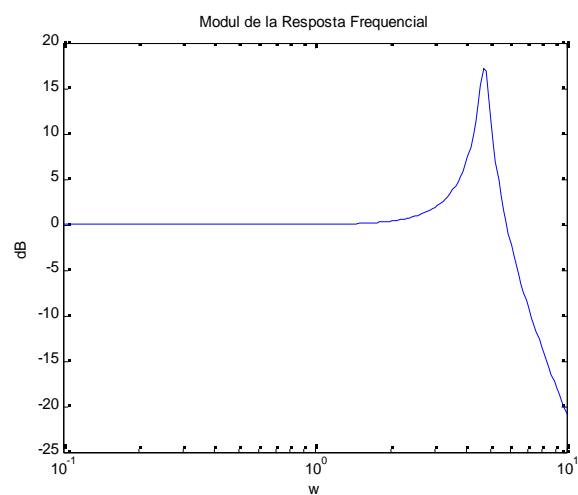
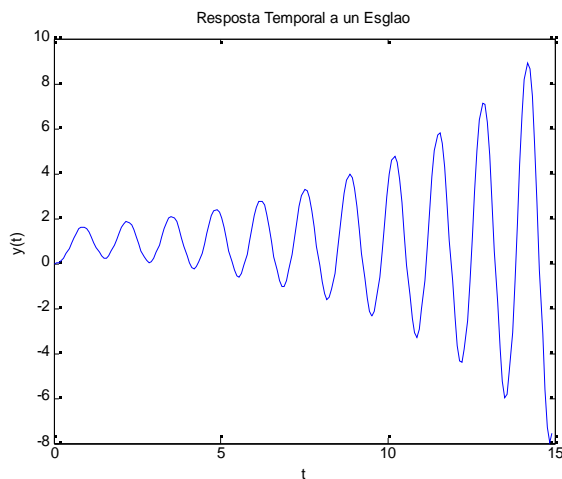
El Temps d'Establiment és: 14.850000

En aquest cas, el numerador i el denominador dels scripts són:

num = [wn^2];

den = [1 1 2*zeta*wn wn^2];

Cas B: Funció de Transferència $G_{42}(s)$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [25.000000] / Den: [0.333333 1.000000 7.000000 25.000000]

El tipus de sistema es: Passa Bandes

La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 4.506371 (amb valor de mòdul 5.201210)

(Índex = 1654 del vector de freqüències)

La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 4.884773 (amb valor de mòdul 5.213021)
 (Índex = 1689 del vector de freqüències)
 El Pic es troba en la freqüència: 4.708000 (amb valor de mòdul 7.410921)
 (Índex = 1673 del vector de freqüències)

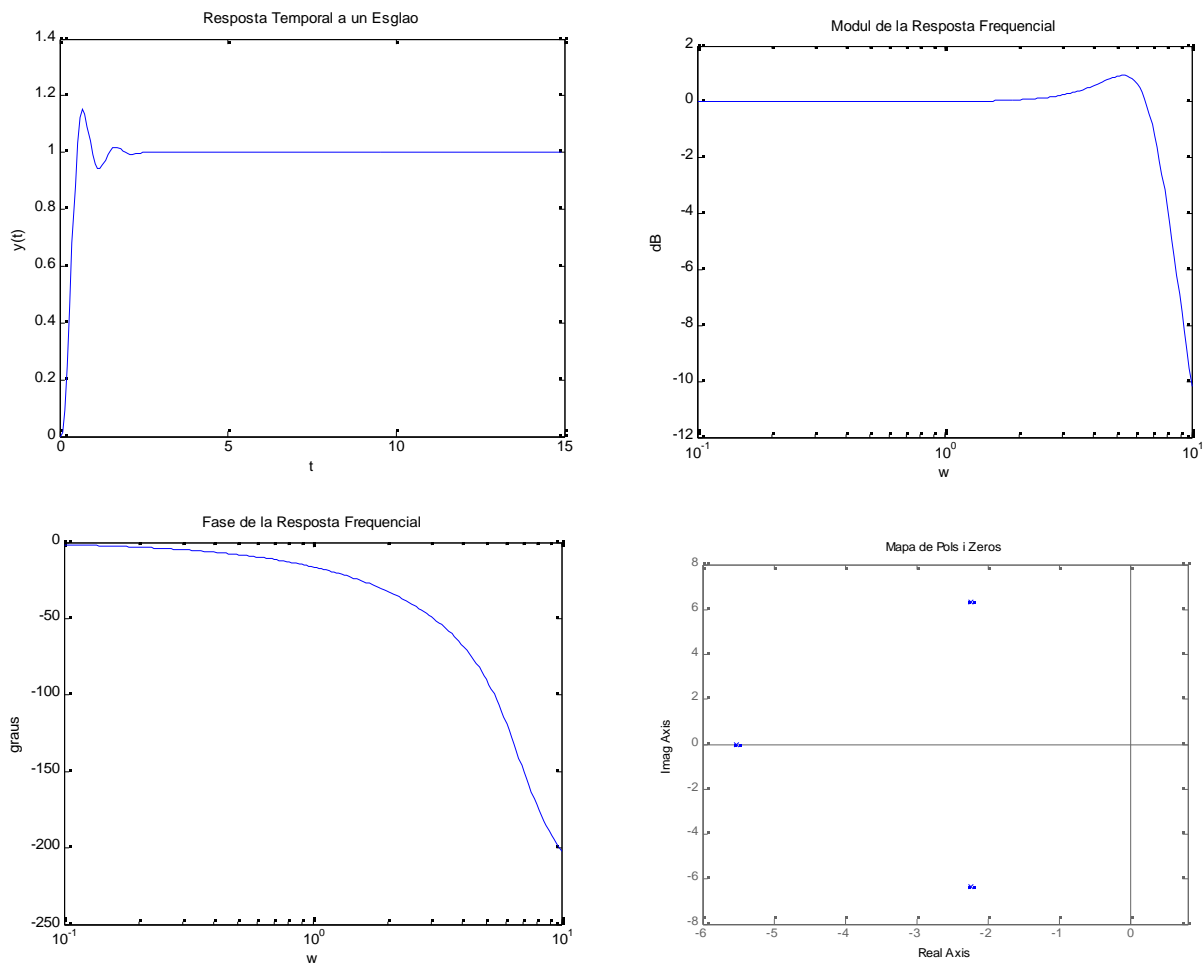
Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: -217.890419
 El Temps de Pujada és: 0.000000
 El Temps d'Establiment és: 14.925000

En aquest cas, el numerador i el denominador dels scripts són:

num = [wn^2];
 den = [1/3 1 2*zeta*wn wn^2];

Cas C: Funció de Transferència $G_4(s)$



Execució de 'rfreq.m':

La funció de transferència és: Num: [25.000000] / Den: [0.100000 1.000000 7.000000 25.000000]
 El tipus de sistema es: Passa Bandes
 La freqüència mínima de l'Ample de Banda es 0.100000 (amb valor de mòdul 1.000008)
 (Índex = 1 del vector de freqüències)
 La freqüència màxima de l'Ample de Banda es 7.394937 (amb valor de mòdul 0.786854)
 (Índex = 1869 del vector de freqüències)
 El Pic es troba en la freqüència: 5.282767 (amb valor de mòdul 1.114792)
 (Índex = 1723 del vector de freqüències)

Execució de 'rtemp.m':

El SobreImpuls és: 15.188825

El Temps de Pujada és: 0.525000

El Temps d'Establiment és: 1.350000

En aquest cas, el numerador i el denominador dels scripts són:

num = $[wn^2]$;

den = $[1/10 \ 1 \ 2*\zeta*wn \ wn^2]$;

Comentari sobre l'exercici

En aquest exercici s'ha afegit un pol al sistema, i s'han provat els resultats per a diferents valors numèrics que variaven el valor de la part real del pol. Cal tenir en compte que per al diferents casos s'ha emprat un valor de freqüència natural igual a 5 i un valor de coeficient d'esmoreïment igual a 0.7, pel que els resultats obtinguts dels diferents casos de l'addició del pol s'haurien de comparar qualitativament amb el resultat de l'apartat f de l'exercici 3 en el qual s'apliquen aquests mateixos valors al c.e. i a la f.n.

Per als diferents casos aplicats, veiem que en el mapa de pols i zeros tenim un pol en diferents parts de l'eix d'abcises (origen de l'eix d'ordenades), segons els valors numèrics que multipliquen la "s" del numerador obtindrem el pol afegit en una o altra posició de l'eix d'abcises, i els pols complexos conjugats tindran igualment una o altra posició de la part real i imaginària, observant que mantenen que la part real entre els dos pols complexos conjugats i el pol afegit és de tres unitats..

Analitzant la resposta temporal del sistema a l'esglaó per als diversos casos, ens adonem de què el sistema es desestabilitza en els casos en què els pols complexos conjugats tenen part real positiva, sent molt major aquest desequilibri en el cas A, que en el cas B, ja que en el cas B els pols amb part positiva estan més a prop de l'origen de les abcises que en el cas A. En ambdós casos el sistema produeix oscil·lacions de menys a més grans, de forma que tendeixen a augmentar fins a infinit, en el primer cas de forma molt més ràpida que en el segon cas. En aquests casos els valors de temps de pujada, temps d'establiment i sobrepic són incoherents, donada la inestabilitat del sistema. El tercer cas en canvi, obté una resposta controlada del sistema ja que tots els pols tenen part real negativa.

Pel que fa a la resposta freqüencial, tenim en primer terme que les gràfiques del mòdul tenen totes un punt comú, el descens amb un pendent molt més acusat (60 db/s en ser 3 pols) del mòdul del sistema quan comença a descendir (tenint en compte que la freqüència natural igual a 5 fa que tardi en començar a decreixer).

En quant a la fase de la resposta freqüencial, els dos primers casos difereixen del darrer pel fet que els dos pols complexos conjugats tenen part real positiva en els casos A i B, pel que, després de disminuir lleugerament a -45 graus en freqüències baixes a causa del pol a la part negativa, ascendeixen a 180 graus positius, pel fet que es troben a la part positiva de l'eix real. En canvi, en el darrer cas on els tres pols tenen part real negativa, la fase segueix una corba que tendeix a -210 graus.

Es constata que el fet que els pols tinguin part real positiva o negativa afecta directament a l'estabilitat del sistema.